

# 私的年金の経済分析

## An economic analysis of private pension

久保和華

高齢化と少子化が進行するなかで、老後の所得保障として公的年金制度とともに重要な役割を果たすものが私的年金である。本稿は、保険制度を検討した久保（1997）を二期間世代重複モデル下で検討を試み、さらに異なるリスクタイプの存在が与える影響を考察するものである。

キーワード：私的年金 世代重複モデル

### 目次

I はじめに	IV 私的年金導入モデル
II ベンチマーク	V おわりに
III ベンチマークの拡張モデル	

### I はじめに

日本は世界に類をみない高齢化を経験しつつあるといわれ続けている。日本の高齢化の動向をみてみると、今から半世紀前の1950年には、65歳以上人口は416万人、高齢化率（65歳以上人口が全人口に占める割合）4.9%であった。その後一貫して高齢化が進行し、1970年には、65歳以上人口が739万人、7.1%となった。2000年には2,187万人、17.2%と、この30年間に急速な高齢化が進行している。高齢化の一方で少子化も進んでおり、2000年の0～14歳の年少人口は1,860万人（全人口に占める割合は14.7%）と、65歳以上人口が14歳以下の人口を上回っている<sup>(1)</sup>。これまでピラミッド型の人口構造のもとでうまく機能していた賦課方式の公的年金制度が、こうした現状や不況の影響を受けて限界をあらわしてきている。そこで、老後の所得保障の補完的役割を担うものとして重要視されているのが、私的年金である。

そこで、本稿は私的年金について理論的に分析を試みるものである。第2章でベンチマークを構築し、第3章でベンチマークの一般化を行う。第4章で私的年金導入モデルについて考察を行い、第5章で今後の課題を述べる。

## II ベンチマーク

本節は、保険会社が競争的であると仮定し、時間選好率と利子率がゼロのケースをベンチマークとして考察する。

今、個人は、若年期と老年期の2期間の生存期間をもつものとする。個人は、老年期を生きる生存確率に応じて、長寿タイプと短命タイプの2つのタイプにグループ化されるものとし、それをLタイプ、Sタイプと呼ぶことにする。両タイプとも若年期は生存しており、所得  $W$  を稼ぎ、そこから消費  $c_{1i}$  ( $i = L, S$ ) を行なう。老年期にLタイプが生存する確率を  $p_L$  とし、Sタイプが生存する確率を  $p_S$  とする。生存確率を  $p_L > p_S$  と仮定する。老年期には所得はなく、消費  $c_{2i}$  を行なうとする。各期の消費の効用を凹関数、特に対数関数で特定化する。絶対的リスク回避度は、 $-u''/u' = 1/c > 0$  である。つまり、個人はリスク回避者であると仮定する。

個人は、生涯の期待効用を最大化する。 $i$  ( $i = L, S$ ) タイプの生涯効用は、

$$u = \ln c_{1i} + \ln c_{2i} \quad (i = L, S)$$

であると特定化する。 $i$  タイプの個人の期待生涯効用は、以下の通りである。

$$EU_i = p_i (\ln c_{1i} + \ln c_{2i}) + (1 - p_i) (\ln c_{1i} + \ln c_{2i}) \quad (i = L, S)$$

つまり、

$$EU_i = p_i (\ln c_{1i} + \ln c_{2i}) + (1 - p_i) \ln c_{1i} \quad (i = L, S) \quad (1)$$

である。

一方、競争的な保険会社は期待利潤を最大化することであると想定して、保険市場の長期競争均衡を考察してみる。市場への自由参入や市場からの自由退出を認めた場合に、競争の結果、保険会社の最大可能な期待利潤はゼロとなっているはずである。保険料を  $W - c_{1i}$ 、保険金を  $c_{2i}$  とみなせば、期待利潤は、 $E\Pi_i = p_i (W - c_{1i} - c_{2i}) + (1 - p_i) (W - c_{1i})$  である。つまり、

$$E\Pi_i = W - c_{1i} - p_i c_{2i} = 0 \quad (i = L, S) \quad (2)$$

である。

個人は、制約条件(2)の下で(1)を最大にするように各期の消費水準を決定する。換言すると、老年期のための私的年金を決定していることになる。 $i$  タイプの個人の問題

$$\begin{aligned} & \max_{c_{2i}} EU_i \\ & \text{s.t. } E\Pi_i = 0 \end{aligned}$$

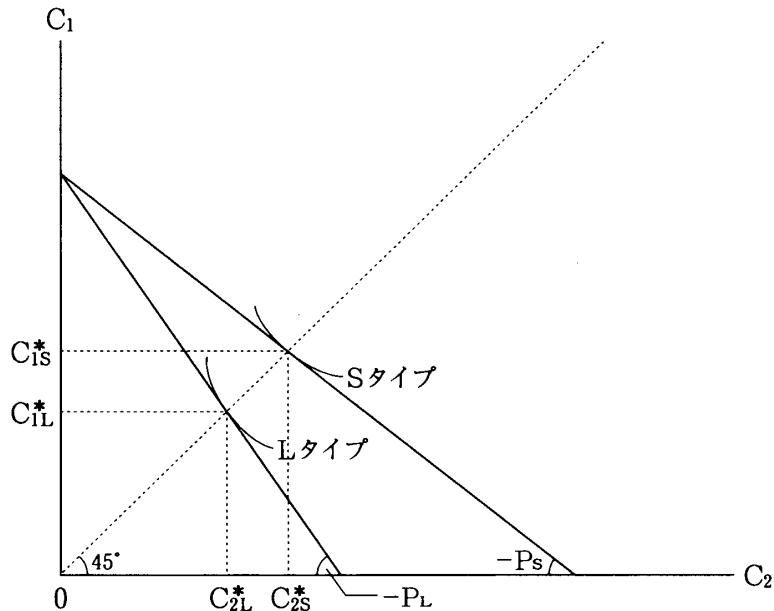
を解くと、一階の条件は、

$$\frac{p_i}{c_{Ii}} = \frac{p_i}{c_{2i}} \quad (i=L, S)$$

となる。したがって、

$$c_{Ii}^* = c_{2i}^* = \frac{W}{1 + p_i} \quad (i=L, S) \quad (3)$$

となる。



ここでは、2つのタイプの個人それぞれに保険が提供されることを仮定した。すなわち、個人のリスクタイプについて保険会社は完全な情報を持っていることを仮定した。

### 命題1

- 1) 各タイプの個人は、若年期と老年期の消費水準が等しくなるように保険（個人年金）を購入する。
- 2) Lタイプの個人の消費水準は、Sタイプの消費水準より小さい。
- 3) Lタイプの個人の期待生涯効用の限界代替率は、Sタイプより大きい。

#### 1) の証明

(3)式より自明。

#### 2) の証明

生存確率の仮定と(3)式より自明。

#### 3) の証明

生存確率の仮定と $|dc_{Ii}/dc_{2i}| = p_i$ より自明。

### III ベンチマークの拡張モデル

本節では、市場利子率と時間選好率が一般的な場合を検討する。市場利子率を  $r$  とし、両タイプの個人にとって同一であるとする。Lタイプ、Sタイプの時間選好率をそれぞれ  $a_L$ 、 $a_S$  ( $a_L < a_S$ ) とする。また、 $a_L < r < a_S$  と仮定する。

これらの仮定を追加すると、前節のモデルは以下のように修正される。 $i$  タイプの個人の生涯効用関数の現在価値は、

$$u = \ln c_{1i} + \frac{1}{1+a_i} \ln c_{2i} \quad (i=L, S)$$

で表されるので、 $i$  タイプの期待生涯効用の現在価値は以下の通りである。

$$EU_i = \ln c_{1i} + p_i \frac{1}{1+a_i} \ln c_{2i} \quad (i=L, S) \quad (4)$$

他方、競争的な保険会社は期待利潤をゼロにするように保険を提供する。保険料を  $W - c_{1i}$ 、保険(給付)金の現在価値を  $\frac{c_{2i}}{1+r}$  とみなせば、 $i$  タイプに提供する保険会社の期待利潤の現在価値は、

$$E\Pi_i = W - c_{1i} - \frac{p_i}{1+r} c_{2i} \quad (i=L, S) \quad (5)$$

と表せる。したがって、 $i$  タイプの個人の問題は、以下である。

$$\begin{aligned} & \max_{c_{1i}, c_{2i}} EU_i \\ & \text{s.t. } E\Pi_i = 0 \end{aligned}$$

上述の問題は、

$$EU_i = \ln(W - \frac{p_i}{1+r} c_{2i}) + \frac{p_i}{1+a_i} \ln c_{2i}$$

と書き換えるので、一階の条件は、

$$\frac{c_{2i}}{c_{1i}} = \frac{1+r}{1+a_i}$$

となる。 $i$  タイプの若年期、老年期の消費水準は、それぞれ以下の通りになる。

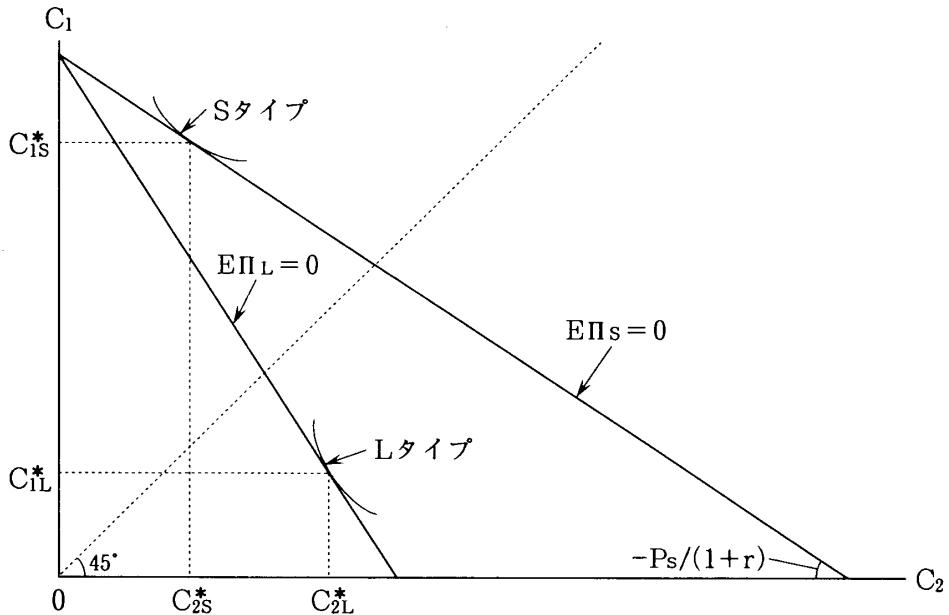
$$c_{1i}^* = \frac{1+a_i}{1+a_i + p_i} W \quad (6)$$

$$c_{2i}^* = \frac{1+r}{1+a_i + p_i} W \quad (7)$$

時間選好率と利子率の仮定 ( $a_L < r < a_S$ ) より, Lタイプの個人は,  $c_{2L}^* > c_{1L}^*$  となり, Sタイプは  $c_{2S}^* < c_{1S}^*$  となる.

## 命題 2

- 1) 利子率と各タイプに対応する時間選好率を導入したことにより, Lタイプの個人の若年期の消費水準は老年期より小さくなり, Sタイプの個人は若年期の消費水準が老年期より大きくなる.
- 2) 本節の結果において, 時間選好率=利子率 (= 0) とおくと, 前節の結果となる.
- 3) Lタイプの限界代替率 > Sタイプの限界代替率である. この結果は前節と整合する.



## IV 私的年金導入モデル

本節では, 保険料  $x_i$ , 保険金  $y_i$  を提供する競争的保険会社を想定して考察を試みる.  $i$  タイプの個人は, 若年期に労働を非弾力的に供給して賃金  $W$  を獲得して, 若年期の消費を行い残りを貯蓄  $s_i$  と私的年金の購入にあてるものとする. 老年期には, 私的年金の保険(給付)金と前期の貯蓄およびその利子収入で消費するものとする.  $i$  タイプの個人の期待生涯効用は,

$$\begin{aligned} EU_i &= p_i \left( \ln c_{1i} + \frac{1}{1+a_i} \ln c_{2i} \right) + (1-p_i) \ln c_{1i} \\ &= \ln c_{1i} + \frac{p_i}{1+a_i} \ln c_{2i} \end{aligned} \tag{8}$$

である.

一方, 競争的保険会社は期待利潤がゼロになるように保険を提供する. 競争的保険会社の期待利潤は,

$$\begin{aligned} E\Pi_i &= p_i(x_i - y_i) + (1-p_i)x_i \\ &= x_i - p_i y_i \end{aligned} \quad (9)$$

である。したがって、 $i$  タイプの個人は、以下の問題を解くことになる。

$$\max_{s_i} EU_i = \ln c_{1i} + \frac{p_i}{1+a_i} \ln c_{2i} \quad (10)$$

$$\text{s.t. } c_{1i} = W - s_i - x_i \quad (10)$$

$$c_{2i} = (1+r)s_i + y_i \quad (11)$$

$$E\Pi_i = x_i - p_i y_i = 0$$

上述の問題は、次のように表される。

$$\max_{s_i} \ln(W - s_i - p_i y_i) + \frac{p_i}{1+a_i} \ln \{(1+r)s_i + y_i\} \quad (12)$$

一階の条件は、

$$\frac{c_{1i}}{c_{2i}} = \frac{p_i(1+r)}{1+a_i}$$

となる。したがって、次の解を得る。

$$s_i^* = \frac{p_i(1+r)(W - x_i) - (1+a_i)y_i}{(1+r)(1+a_i + p_i)} \quad (13)$$

$$c_{1i}^* = (1+a_i) \left( \frac{W - x_i}{1+a_i + p_i} - y_i \right) \quad (14)$$

$$c_{2i}^* = p_i(1+r) \left( \frac{W - x_i}{1+a_i + p_i} - y_i \right) \quad (15)$$

以上より、以下のことがわかる。

i)  $\frac{p_i}{1+a_i} = \frac{1}{1+r}$  のとき、 $c_{1i}^* = c_{2i}^*$  である。またこのとき、 $\left| \frac{dc_{1i}}{dc_{2i}} \right| = \frac{p_i}{1+a_i}$  である。

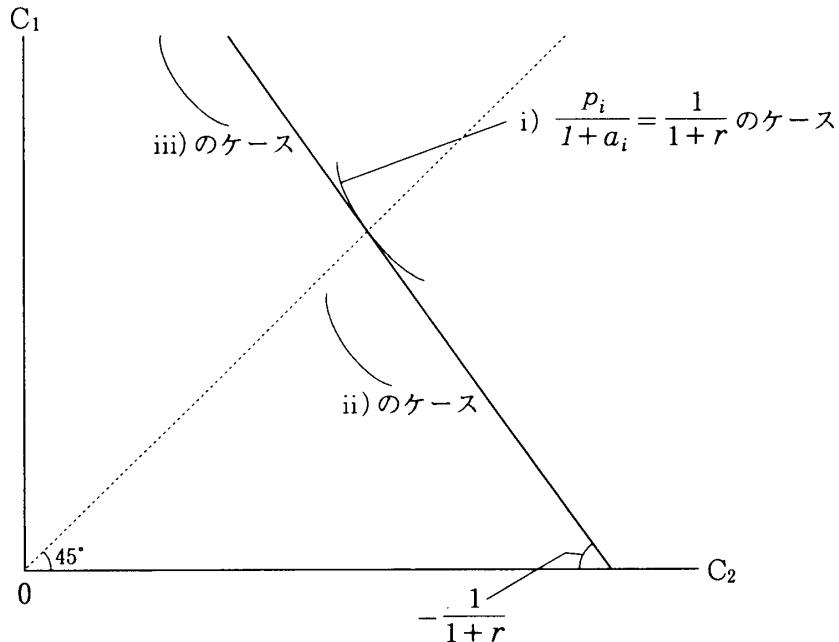
ii)  $\frac{p_i}{1+a_i} > \frac{1}{1+r}$  のとき、 $c_{1i}^* < c_{2i}^*$  である。 $\left| \frac{dc_{1i}}{dc_{2i}} \right| = \frac{p_i}{(1+a_i)} \frac{c_{1i}^*}{c_{2i}^*}$  であり、右辺の前者は  $1/(1+r)$

より大で後者は分母が大であるので、限界代替率の大きさを i) と比較して断定することはできない。

iii)  $\frac{p_i}{1+a_i} < \frac{1}{1+r}$  のとき、 $c_{1i}^* > c_{2i}^*$  である。ii) と同様に、限界代替率の大きさを断定することはできない。

### 命題3

$\frac{p_i}{1+a_i}$  が  $\frac{1}{1+r}$  より大であるときは、老年期の消費水準が若年期より大きくなる。



### V おわりに

本稿では、個人を長寿タイプと短命タイプという異なる2種類のタイプに分類し、二期間世代重複モデル下で私的年金について考察を試みた。その結果、長寿タイプは若年期より老年期の消費水準が大きくなるように私的年金を購入していることがわかった。さらに、この結果は時間選好率、利子率、生存確率に依存することも明らかになった。

今後の課題として、情報の役割と保険市場の失敗を検討することが残っている。

### 注

(1) 『厚生白書』平成12年版参照。

## 参考文献

- [1] Milgrom, P. and J. Roberts (1992), *Economics, Organization & Management*, Prentice Hall, Inc. (邦訳 奥野・伊藤・今井・西村・八木 (1997), 『組織の経済学』, NTT出版)
- [2] 久保和華 (1997), 「保険制度と労働供給の経済分析」, 九州大学経済論究, 97, 65-81
- [3] 久保和華 (1999), 「世代重複モデルでの公的年金政策の経済分析」, 宮崎公立大学人文学部紀要, 7-1, 221-241
- [4] 田近栄治・金子能宏・林文子 (1996), 『年金の経済分析』, 東洋経済新報社
- [5] 西村周三 (2000), 『保険と年金の経済学』, 名古屋大学出版会
- [6] 『厚生白書』平成12年版