

公的年金制度の2地域経済分析

An Economic Analysis on Public Pension systems in Two Regions

久 保 和 華

本稿は、賦課方式公的年金制度の統合の有無、資本市場の統合の有無、子育て支援政策の有無によって特徴づけられた2地域において、内生的出生率と子供から親への世代間所得移転をもつ世代重複モデルの短期的、長期的な均衡について考察するものである。ここでの地域要因は全要素生産性、資本と労働の分配率、子育てコストや子育てコストの子供数に対する弾力性をとりあげている。

さらに、定常状態で子育て支援政策や地域要因が個人の子供の需要に与える効果もシミュレーション分析して、地域統合の効果を考察している。

その結果、資本市場開放経済下では、2地域の年金統合の有無にかかわらず、年金政策の充実が定常状態における子供数を減少させるという結果が得られた。これは1地域モデルの先行研究と同様の結果となった。

2地域に拡張したことにより、特定の経済下における地域統合のパターンによって、地域統合が出生数に与える効果が異なる結果を得た。

キーワード：公的年金制度、出生率、世代間移転、地域統合

目 次

- 1 はじめに
- 2 年金統合・資本市場開放モデル
 - 2.1 i地域の個人
 - 2.2 i地域の企業
 - 2.3 政府
 - 2.4 市場均衡
- 3 年金統合無しで資本市場開放の経済
- 4 年金制度統合無しで資本市場も分断されている経済
- 5 子育て支援政策を導入した経済
 - 5.1 年金統合・資本市場開放経済
 - 5.2 年金統合無し・資本市場開放経済
 - 5.3 年金統合無し・資本市場分断経済
- 6 おわりに

1 はじめに

近年、EUではグローバル金融危機の影響により財政的統合も課題となり、EU加盟各国の専権事項

とされてきた年金制度の課題が一層深刻化したともみられているが、その中で公的年金制度については具体的な検討は進んでいない状況である。2010年欧州委員会が公表した「十分、持続可能、かつ安全な欧州年金制度に向けたグリーンペーパー」によると、EUが単一市場の強みを発揮するためには、年金の域内（単一）市場の強化が必要とされることも挙げられており、年金統合の問題は将来的には検討すべき課題となるであろうことが示唆されていた。このように年金制度は市場統合の観点から検討すべき課題を残していると考えられる。一方、2009年の米国の参加表明に伴い世界的に幅広い関心を集めているTPP（Trans-Pacific Strategic Economic Partnership Agreement）に、日本も2013年に参加表明をした。地域間の多国間貿易のみならず地域間の様々な新しい分野の包括的な協定として交渉が行われており、日本の社会保障制度（公的年金制度）も影響を受ける可能性がでてきたと考えられる。

そこで、まず、異なる2地域で、もともと公的年金制度も異なっており、資本市場が開放されていて、公的年金の統合が行なわれる場合、その公的年金政策の経済への影響を分析を行なうことにする。そして、2地域が独立の年金制度をもっていて2地域の年金を統合をしないで資本市場が完全開放されている場合や2地域が年金制度も資本市場も分断されている（つまり1地域モデルに相当する）場合と比較をする。すなわち、本稿の目的は、2地域の年金制度の統合と資本市場開放の有無（の組み合わせの経済）を組み込んだ1財2地域経済OLGモデルにおいて、以下の相違要因のある2地域で、年金制度の地域統合と資本市場開放の有無（の組み合わせの経済）が、2地域の経済や子供数に与える影響を調べることである。この時、2地域の違いとして考えられるのは、全要素生産性、資本と労働の分配率の違いである。さらに子育てコストや子育てコストの子供数に対する弾力性の違いも考慮することにする。最後に、これらに子育て支援政策を導入した場合も分析する。

2地域モデルに拡張する課題は、地域統合のあり方である。財、労働、資本の各市場の開放の状況や公的年金政策の統合のあり方とその組み合わせで場合分けができる。特に、年金制度の統合の有無のケースや、年金制度の統合についても両地域で年金政策が異なる場合や両地域で共通の年金政策（ユニバーサルな年金制度）である場合が考えられ、その時社会厚生関数の設定についても両地域の個人の間接効用の総和であるのか、各地域それぞれの個人の間接効用の総和とするのか場合分けができる。ここでは、資本市場が開放されている経済下で両地域の年金政策が共通である場合（ユニバーサルな年金制度）と年金制度が統合されていない場合と2地域で資本市場も年金制度も分断されている場合を想定して分析し、さらに、これらに子育て支援政策を導入した場合を比較分析する。

先行研究については、同様の1地域モデルは小塩&安岡（2010）等で分析されており、本稿は小塩&安岡（2010）（以下小塩-安岡モデルと呼ぶことにする）の2地域への拡張である。本稿は小塩-安岡モデルを2地域モデルに拡張したものである。

小塩-安岡モデルは、親への家族内所得移転（経済的支援）と子育てコストがあり人口を内生化する

させた世代重複モデルで、確定給付型賦課方式公的年金制度が有る経済と無い経済の下で、出生率の動学方程式を求めて、出生率の動学メカニズムを導出し、公的年金が持続するための条件を導出し、さらに子育て支援を導入した場合に、その条件がどのように緩和されるかを分析している。その際、小塩-安岡モデルは確定給付型の賦課方式年金制度を設定して、所得比例的な年金給付や保険料や親への経済的支援を設定しているのに対し、久保（2009）は一括税式賦課方式公的年金制度と遺産と親への家族内所得移転のある双方向利他性2期間生存OLGモデルを小国開放経済下で展開することによってモデルを単純化して比較静学分析している。

公的年金は、子供が担ってきた親孝行（老親扶養）の役割を社会化するための社会的装置であるとも言われる。このような公的年金のとらえ方は、高齢保障仮説（old-age security hypothesis）と呼ばれる（Cigno(1993)）。「親孝行の社会化」のための装置である公的年金が拡充されれば、資本財としての子供に対する需要はその分弱まることになる（Zhang and Nishimura(1993)）。これに対して、Sinn(2004)は、子供が生まれない場合に社会全体で老後の世話をしてもらうという、いわば出生保険（fertility insurance）として賦課方式の公的年金を根拠づけている。この場合も公的年金が拡充すれば子供に対する需要が減少するという点では基本的に同じ効果が発生する。Zhang and Zhang(1998)やWigger(1999)も、公的年金の存在によって出生率が低下することを示している。小塩-安岡モデルは、Zhang and Zhang(1998)やWigger(1999)の枠組みを参考にしつつも、子供数の累積的減少や公的年金の制度崩壊を回避するための条件（公的年金の規模の上限）を導出し、子育て支援の導入によってそうした条件がどのように緩められるかという点についても検討を加えて、公的年金と子育て支援の最適な組み合わせについても議論している。

本稿の主な結果は、資本市場開放下で1地域モデルを2地域モデルに拡張すると、年金統合の有無や子育て支援政策の有無に影響を受けずに、公的年金制度の充実（年金給付率の引上げ政策）は子供数を減少させるというものであり、公的年金政策が子供数へ与える効果は1地域モデルの先行研究と同様であった。また地域を特色づけるそれぞれの要因が子供数へ与える効果を調べることもできた。さらに、2地域に拡張したことにより、特殊なケースにおいて地域統合の明示的な影響を定常状態においてシミュレーション分析することができた。

本稿の構成は以下の通りである。次節では、本稿の分析の基礎となる基本モデルを設定し、全要素生産性、資本と労働の分配率、子育てコストや子育てコストの子供数に対する弾力性が異なる2地域において、年金統合・資本市場開放モデルを展開して動学メカニズムを説明し、地域で異なる要因や年金政策が定常状態において子供数に与える効果をシミュレーションをして比較静学分析を行なう。第3節では、2地域が独立の年金制度をもっていて（年金統合をしないで）資本市場が開放されている場合を同様に分析する。第4節では、2地域が年金制度も資本市場も分断されている（つまり1地域モデルに相当する）場合と比較する。第5節は、これら第2節、第3節と第4節に子育て支援政策を導入した場合について同様の分析を行なう。終わりに、得られた主要な分析結果をまとめて今後の課題について言及する。

2 年金統合・資本市場開放モデル

本稿の分析の基礎となるモデルは、1 国に資本移動の自由化をもった 2 地域 ($i = 1, 2$) と中央政府が存在し、各地域には中央政府が運営する各地域それぞれの確定給付型賦課方式公的年金制度と代表的個人と代表的企業が存在している経済を想定する。t 期の第 i 地域には L_{it} 人存在する。1 国の人口の初期値 L_0 で、第 1 地域と第 2 地域の人口比率 (L_{10} 対 L_{20}) は a 対 $1 - a$,

$0 < a < 1$ であるとする、t 期の第 1 地域の人口は $L_{1t} = \prod_1^t n_{1t} a L_0$ 、第 2 地域の人口は $L_{2t} = \prod_1^t n_{2t} (1 - a) L_0$ である。 n_{it} は子供数である。本節では、中央政府は両地域のそ

れぞれの確定給付型賦課方式公的年金制度を運営していて、これらを統合して、両地域で共通の年金政策なので、両地域の総保険料と総給付額が等しくなるように年金予算をくんでい

る。したがって、年金率 β と年金保険料率 τ は両地域で同一になっている。また、確定給

付型公的年金制度とは、每期、所得に占める年金（給付額）の比率 β が等しいものであるとする。

なお、資本の自由化により、両地域の資本市場が開放されて、両地域の利子率 r_t は同じ水準になっている。全要素生産性 ($A_i (i = 1, 2)$)、資本分配率 ($\alpha_i (i = 1, 2)$) が異なるコブ

ダグラス生産関数をそれぞれの 2 地域が持っているとする。また子育てコスト ($c_i (i = 1, 2)$)、

子育てコストの子供数に対する弾力性 ($\epsilon_i (i = 1, 2)$) が 2 地域で異なるとする。

2.1 i 地域の個人

まず、個人について説明をすることにする。第 i 地域の個人は若年期と高齢期の 2 期間生存世代重複モデルである。t 期に生まれた個人は t 期に若年期に労働を供給し、賃金 w_{it} を得て、そのうちの θ_{it} の割合を高齢の親に対する経済的支援に回すとともに、保険料率 τ の下で公的年金保険料 τw_{it} を負担し、個人 1 人の出生数は n_{it} とし、これを個人が決定する（したがって女

性の出生率は $2n_{it}$ となる）。賃金の $c(n_{it})$ の割合に相当する子育てコストを支払って、消費を行ない、残りを貯蓄に回す。子育て単位コスト関数 $c_i n_{it}^{\epsilon_i}, c_i > 0$ を設定する。 ϵ_i は子育てコストの子供数に対する弾力性であり、 $\epsilon_i > 1$ と想定する。また、 $t + 1$ 期の高齢期には若年期の貯蓄 s_{it} の総収益 $(1 + r_{t+1})s_{it}$ と子供 n_{it} 人からの家族内所得移転（経済的支援）

$n_{it}\theta_{it}w_{it+1}$ と年金 βw_{it+1} によって生活する。第 i 地域の個人の効用は若年期と老年期の消費からなり、個人は生涯所得をすべて消費に回し、子供に遺産を残さないとする。すなわち、若年期の個人は子供の教育コストを支払って子供を産み、親のために所得の一部をまわすことになる。 t 世代の個人の効用関数は、以下の対数関数(1)に特定化する。

$$u_{it} = \gamma \log c_{it} + (1 - \gamma) \log d_{it+1}, 0 < \gamma < 1 \quad (1)$$

個人の若年期と高齢期の予算制約(2), (3)それぞれ

$$c_{it} = \{1 - \theta_{it} - c(n_{it}) - \tau\}w_{it} - s_{it} \quad (2)$$

$$d_{it+1} = (1 + r_{t+1})s_{it} + (n_{it}\theta_{it} + \beta)w_{it+1} \quad (3)$$

$$c(n_{it}) = c_i n_{it}^{\epsilon_i}, 0 < c_i < 1, \epsilon_i > 1 \quad (4)$$

である。任意の時点でこれらの予算制約のもとで、個人は $w_{it}, w_{it+1}, c_i, \tau, \beta, r_{t+1}$ をgivenとして自分自身の効用を最大にするように、4つの内生変数、個人一人あたりの子供の数 n_{it} 、若年期の消費 c_{it} 、老年期の消費 d_{it+1} 、親への経済的支援率 θ_{it} を決定する。ここで、個人は自分達が親に行ったのと同じ程度の経済的支援を、自分の子供たちもしてくれるものと期待して自分の親に対する経済的支援率を決定すると仮定する。（そうして得られた経済的支援率はすべての世代に属する個人が順守する社会的規範となる（Zhang and Zhang (1998)）。つまり、 θ について信念を持っている。自分の θ と自分の子供の θ を自分がコントロールできると信じている。両方の θ を決めるとしている。 γ で各期の消費の生涯効用におけるウェイトを示している。

解は、以下のとおりである。

$$n_{it} = \frac{w_{it}}{w_{it+1}}(1 + r_{t+1}) \quad (5)$$

$$\theta_{it} = c_i \epsilon_i \left\{ \frac{w_{it}}{w_{it+1}}(1 + r_{t+1}) \right\}^{\epsilon_i} \quad (6)$$

$$s_{it} = [(1 - \gamma)(1 - \tau) - (1 - \gamma + \epsilon_i)c_i \cdot \left\{ \frac{w_{it}}{w_{it+1}} \cdot (1 + r_{t+1}) \right\}^{\epsilon_i}]w_{it} - \gamma\beta \frac{w_{it+1}}{1 + r_{t+1}} \quad (7)$$

2.2 i地域の企業

次に企業について説明をする。資本分配率の異なる2地域にそれぞれ競争的な企業が存在しており、最終財 Y_{it} を資本ストック K_{it} と労働力 L_{it} の2つの生産要素を使って、コブダグラス型の生産技術で生産している。 A_i は全要素生産性である。この代表的企業のt期の利潤は

$\Pi_{it} = A_i K_{it}^{\alpha_i} L_{it}^{1-\alpha_i} - K_{it} - w_{it} L_{it} - r_t K_{it}$ である。資本減耗率は1であると仮定し、資本ストックはその期に完全に減価される。 $0 < \alpha_i < 1$ は資本分配率である。全要素生産性、資本分配率は2つの地域で異なっていると仮定する。資本減耗率は0であると仮定している Samuelson (1975) と資本減耗率は1であると仮定している Michel and Pestieau (1993) とで、生産関数の違いによって最適な人口成長率が異なっている。Michel and Pestieau (1993) の仮定による生産関数により、 n_{it} と $1 + n_{it}$ が混在せず、その後導出される式が簡明になるので、理論分析においてしばしば用いられている。

利潤最大化行動によって、賃金と利子率は以下のとおり決定される。

$$w_{it} = A_i(1 - \alpha_i)k_{it}^{\alpha_i} \quad (8)$$

$$1 + r_t = A_i \alpha_i k_{it}^{\alpha_i - 1} \quad (9)$$

である。但し、通常のように第i地域の1人あたりの資本ストックを $k_{it} = \frac{K_{it}}{L_{it}}$ とする。

(9)より

$$k_{it} = \left(\frac{1 + r_t}{A_i \alpha_i} \right)^{\frac{1}{\alpha_i - 1}} \quad (10)$$

を得て、(10)を(8)に代入すると、

$$w_{it} = A_i(1 - \alpha_i)\left(\frac{1 + r_t}{A_i\alpha_i}\right)^{\frac{\alpha_i}{\alpha_i-1}} \quad (11)$$

を得る．

2.3 政府

それでは、本節における2地域の公的年金制度の年金統合について説明をする．本節では、中央政府は両地域のそれぞれの確定給付型賦課方式公的年金制度を運営していて、これらが統合されて、両地域で共通の年金政策を実施している場合を想定する．つまり、年金率 β と年金保険料率 τ はそれぞれ両地域で同一になっており、さらに両地域の総保険料は両地域の総給付額に等しくなるように年金予算がくまれると仮定する．保険料は賃金の τ の割合であり、年金額は若年層の賃金の β の割合であるとする．また、確定給付型公的年金制度とは、每期、所得に占める年金（給付額）の比率 β が等しいものであるとする．

そこで、両地域の若年の若年層が両地域で同じ保険料率 τ で保険料を負担し、両地域の高齢の引退層が両地域で同じ年金率 β で年金を受給することになる．

中央政府は両地域の確定給付型賦課方式公的年金制度を統合すると仮定し、さらに、保険料の所得に占める割合 τ と確定給付年金の所得に占める割合 β はそれぞれ両地域において共通の年金政策をとると仮定しているので、公的年金予算は、

$$\tau(L_{1t}w_{1t} + L_{2t}w_{2t}) = \beta\left(\frac{L_{1t}w_{1t}}{n_{1t-1}} + \frac{L_{2t}w_{2t}}{n_{2t-1}}\right) \quad (12)$$

である．

2.4 市場均衡

ここで、資本市場が開放されていて公的年金が統合されている経済の市場均衡を見ていくことにする．本節では資本市場が自由化により資本市場が開放されて、地域間で資本移動が起こる場合を想定している．したがって、地域の利子率が同じになる．この時、動学方程式は、資本市場

均衡条件式

$$\sum_{i=1}^2 n_{it} k_{it+1} = \sum_{i=1}^2 \left[[(1-\gamma)(1-\tau) - (1-\gamma+\epsilon_i)c_i \cdot \{\frac{w_{it}}{w_{it+1}} \cdot (1+r_{t+1})\}^{\epsilon_i}] w_{it} - \gamma \beta \frac{w_{it+1}}{1+r_{t+1}} \right] \quad (13)$$

と2地域の統合された年金予算

$$\tau(L_{1t}w_{1t} + L_{2t}w_{2t}) = \beta \left(\frac{L_{1t}w_{1t}}{n_{1t-1}} + \frac{L_{2t}w_{2t}}{n_{2t-1}} \right) \quad (14)$$

である。(14)は

$$\begin{aligned} \tau = & \frac{\beta}{(1+r_{t-1})^{\frac{a_1}{a_1-1}} (1+r_t)^{\frac{-1}{a_1-1}}} \\ & \times \left[\frac{\{(\frac{1+r_1}{1+r_{t+1}})^{\frac{a_1}{a_1-1} \frac{a_2}{a_2-1}} A_1^{\frac{-1}{a_1-1}} \alpha_1^{\frac{-a_1}{a_1-1}} (1-\alpha_1) A_2^{\frac{1}{a_2-1}} \frac{a_2}{a_2-1} (1-\alpha_2)^{-1} (1+r_t)^{\frac{a_1}{a_1-1} \frac{a_2}{a_2-1}}\}}{\{(\frac{1+r_1}{1+r_{t+1}})^{\frac{a_1}{a_1-1} \frac{a_2}{a_2-1}} A_1^{\frac{-1}{a_1-1}} \alpha_1^{\frac{-a_1}{a_1-1}} (1-\alpha_1) A_2^{\frac{1}{a_2-1}} \frac{a_2}{a_2-1} (1-\alpha_2)^{-1} (1+r_t)^{\frac{a_1}{a_1-1} \frac{a_2}{a_2-1} + 1}\}} \right. \\ & \left. + \frac{(\frac{1+r_{t-1}}{1+r_t})^{\frac{a_1}{a_1-1} \frac{a_2}{a_2-1}}}{\{(\frac{1+r_1}{1+r_{t+1}})^{\frac{a_1}{a_1-1} \frac{a_2}{a_2-1}} A_1^{\frac{-1}{a_1-1}} \alpha_1^{\frac{-a_1}{a_1-1}} (1-\alpha_1) A_2^{\frac{1}{a_2-1}} \frac{a_2}{a_2-1} (1-\alpha_2)^{-1} (1+r_t)^{\frac{a_1}{a_1-1} \frac{a_2}{a_2-1} + 1}\}} \right] \quad (15) \end{aligned}$$

となる。(但し, $a = \frac{1}{2}$ とする.) これは次の系を用いて導出している.

系1 $\frac{L_{1t}}{L_{2t}} = \frac{n_{11}}{n_{21}} \frac{n_{12}}{n_{22}} \frac{n_{13}}{n_{23}} \dots \frac{n_{1t}}{n_{2t}} = \left(\frac{1+r_1}{1+r_{t+1}} \right)^{\frac{a_1}{a_1-1} \frac{a_2}{a_2-1}}, \frac{n_{1t}}{n_{2t}} = \left(\frac{1+r_t}{1+r_{t+1}} \right)^{\frac{a_1}{a_1-1} \frac{a_2}{a_2-1}}$ (但し, $a = \frac{1}{2}$ としている.)

さて, 短期では, (5), (11)より, i地域の子供数はi地域の教育コストや子育てコストの子供数に対する弾力性の影響を受けない. 労働と資本の分配率の地域性にのみ影響を受ける. また, 短期では, (6), (11)より, i地域の親への経済支援は, i地域の教育コスト, 子育てコストの子供数に対する弾力性, 労働と資本の分配率の地域性と両地域共通の利子率に影響を受け, 親への経済支援は地域によって異なる値をとる.

では, これから動学メカニズムを見てみることにする. 年金統合・資本市場開放モデルにおいて,

給付率 β がある値ならば（給付率 β を決めれば） r との関係で τ が(15)（ r_{t-1} と r_t の非線形の1階差分方程式）で決まる．(15)で決まる $\tau(r_1, r_{t-1}, r_t, r_{t+1})$ が(16)（ r_t と r_{t+1} の非線形の1階差分方程式）に入って、両地域共通の利子率の初期値がある値で与えられると、(16)（(15)を代入している式）の利子率の動学方程式（ r_{t-1} と r_t と r_{t+1} の非線形の2階差分方程式）から利子率の経路が決まり、(11)から*i*地域の任意の t 期の賃金が決まり、(5)から*i*地域の任意の t 期の子供数が決まり、*i*地域の子供数の経路もわかる．合理的期待形成の一致条件を満たすような整合的な予想経路を考えている．ただし、教育コスト、子育てコストの子供数に対する弾力性、労働と資本の分配率は所与で時間に独立である．

資本市場の均衡条件は、両地域の資本の需要の和が両地域の資本の供給の和に等しくなるという(13)と(15)で表わせ、 $t-1$ 期と t 期と $t+1$ 期と1期の利子率の1本の動学方程式で表わせる．(13)に(5)、(10)と(11)を代入すると

$$\sum_{i=1}^2 \{ (A_i \alpha_i)^{\frac{1}{1-\alpha_i}} (1+r_t)^{\frac{-\alpha_i}{1-\alpha_i}} \} = \sum A_i^{\frac{1}{1-\alpha_i}} (1-\alpha_i) \alpha_i^{\frac{\alpha_i}{1-\alpha_i}} \times \left[[(1-\gamma)(1-\tau) - (1-\gamma+\epsilon_i)c_i \cdot \{ \frac{(1+r_{t+1})^{\frac{1}{1-\alpha_i}}}{(1+r_t)^{\frac{\alpha_i}{1-\alpha_i}}} \} \epsilon_i] (1+r_t)^{\frac{-\alpha_i}{1-\alpha_i}} - \gamma \beta (1+r_{t+1})^{\frac{-1}{1-\alpha_i}} \right] \quad (16)$$

である．但し τ は(15)である．

次に定常状態を見てみることにする．(16)は、定常状態において、

$$\sum_{i=1}^2 \{ (A_i \alpha_i)^{\frac{1}{1-\alpha_i}} (1+r)^{\frac{-\alpha_i}{1-\alpha_i}} \} = \sum A_i^{\frac{1}{1-\alpha_i}} (1-\alpha_i) \alpha_i^{\frac{\alpha_i}{1-\alpha_i}} (1+r)^{\frac{-\alpha_i}{1-\alpha_i}} \times \left[[(1-\gamma)(1-\frac{\beta}{1+r}) - (1-\gamma+\epsilon_i)c_i \cdot (1+r)^{\epsilon_i}] - \gamma \beta (1+r)^{-1} \right] \quad (17)$$

である．(5)より $n_{1t-1} = n_{2t-1} = 1+r = n$ なので、(14)は

$$\tau = \frac{\beta}{n} \quad (18)$$

となる．定常状態において、地域性を導入したモデルであるにもかかわらず、(5)の定常状態より*i*地域の子供数が等しくなる．定常状態とは(13)で $r_t = r_{t+1} = r$ であり、 $1+r = n$ である

ことより, (17) は

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^2 \{ (A_i \alpha_i)^{\frac{1}{1-\alpha_i}} n^{\frac{-\alpha_i}{1-\alpha_i}} \} \\ &= \sum A_i^{\frac{1}{1-\alpha_i}} (1 - \alpha_i) \alpha_i^{\frac{\alpha_i}{1-\alpha_i}} n^{\frac{-\alpha_i}{1-\alpha_i}} \left[\{ (1 - \gamma)(1 - \frac{\beta}{n}) - (1 - \gamma + \epsilon_i) c_i n^{\epsilon_i} \} - \gamma \beta n^{-1} \right] \quad (19) \end{aligned}$$

となる. 両地域共通の子供数が(19)から決まる. 定常状態において2地域の人口成長率は等しくなる.

n_{it} は, 個人の生涯効用最大化より導出された t 期の i 地域の子供数(5)に, 利潤最大化から導出された t 期の i 地域の賃金率(11)を代入してまとめたもので, 両地域に共通の t 期と $t+1$ 期の利子率と, i 地域の資本分配率の関数であり, i 地域の全要素生産性は直接影響しない. 定常状態の i 地域の子供数 n_i は定常利子率のみの関数であり, 地域に依存する変数の関数にはならない. 以上より以下の命題を得る.

命題1 短期では i 地域の子供数は $n_{it}(r_t, r_{t+1}, \alpha_i)$ となり2地域で異なるが, 定常状態では $n_i(r)$ となり2地域の子供数は同じになる.

さて, 地域差によって子供数がどうなるのかを知りたい. ここで, 定常状態において, いくつかのパラメータを特定して, そのパラメータの子供数への影響を見ることにする. 地域差を表わすパラメータの地域間相違の状態に応じて以下のケースのように場合分けをして見ていくことにする. 但し全ての地域差が等しいケースは後述する.(第4節参照.) 特に, 定常状態におけるパラメータの変化(特に両地域共通の年金給付政策や資本分配率の変化)の子供数に与える影響をシミュレーションによって定性分析する. パラメータの値により1解, 2解, 解なしがあり得ることが分かった. これらより, 一般性を失わずに, パラメータの値を以下の値として見ていくことにする.

まず, ケース1として $A_1 \neq A_2$ で α, ϵ, c はそれぞれ両地域同一の場合, (19)は

$$(1 - \gamma + \epsilon)cn^\epsilon = 1 - \gamma - \frac{\alpha}{1 - \alpha} - \frac{\beta}{n} \quad (20)$$

となる. これは $A_1 \neq A_2$ のケースだが, 全要素生産性の地域差の影響は消えて, 各地域で人口は同じ値になり, 小塩-安岡モデルと同じ結果になり, 1地域モデルの場合と同じである. 第4節とも同じになる.

補題 1 他の地域パラメータが同じ条件の下で全要素生産性の地域差は人口成長率に影響しない。

一次同次のコブダグラス型生産関数を仮定しているので、全要素生産性の影響が消えたと考えられる。

年金給付率と資本分配率を変化させた時の定常状態での子供数 n をシミュレーションでみてみる。パラメータの値を $\gamma = 0.5, \beta = 0.03, \epsilon = 2.0, c = 0.03, \alpha = 0.2$ とすると、図1と図2より次がわかる。

補題 2 他の地域パラメータが同じ値で全要素生産性の地域差があるという条件下で年金給付率 β が上昇すると、出生数は安定的な解（右側の解）で減少する。資本分配率が上昇すると、右側の解で減少する。

第二に、ケース 2 として、 $c_1 \neq c_2, \epsilon_1 \neq \epsilon_2$ で α, A はそれぞれ両地域同一の場合、(19) は

$$\sum (1 - \gamma + \epsilon_i) c_i n^{\epsilon_i} = 2(1 - \gamma - \frac{\alpha}{1 - \alpha} - \frac{\beta}{n}) \quad (21)$$

である。ケース 1 と同様に、パラメータの値を

$\gamma = 0.5, \beta = 0.03, \epsilon_1 = 1.8, \epsilon_2 = 1.2, c_1 = 0.03, c_2 = 0.01, \alpha = 0.2$ として、定常状態での年金給付政策や資本分配率の変化の子供数 n への影響をシミュレーションでみてみる。図3と図4より次がわかる。

補題 3 $c_1 \neq c_2, \epsilon_1 \neq \epsilon_2$ で α, A は両地域同一の条件下で年金給付率が上昇すると、出生数は右側の解で減少する。資本分配率が上昇すると、出生数は右側の解で減少する。 ϵ の上昇は出生数（右側の解）を減少させる。

第三に、ケース 3 として、 $c_1 \neq c_2$ で α, ϵ, A はそれぞれ両地域同一の場合、(19) は

$$(1 - \gamma + \epsilon) n^\epsilon \sum c_i = 2(1 - \gamma - \frac{\alpha}{1 - \alpha} - \frac{\beta}{n}) \quad (22)$$

である。(22) より各地域の子育てコストが両地域共通の出生数の定常値に影響をするのではなく、両地域の子育てコストの総和が両地域共通の出生数の定常値に影響を与える。(22) から以下の補題がいえる。

補題4 c_1, c_2 そのものの影響ではなく, c_1 と c_2 の和が出生数に影響する. 子育てコストの格差とは関係なしに, 子育てコストの両地域の和の増大が出生数を (右側の解で) 減少させる.

これは, パラメータの値 $\gamma = 0.5, \beta = 0.03, \epsilon_1 = 1.8, \epsilon_2 = 1.2, c_1 = 0.03, c_2 = 0.01, \alpha = 0.2$ として, 両地域の子育てコストの和の拡大が子供数に与える影響はシミュレーション結果の図5からも確認できる.

最後に, $\epsilon_1 \neq \epsilon_2$ で α, c, A はそれぞれ両地域同一の場合, (19)は

$$c \sum (1 - \gamma + \epsilon_i) n^{\epsilon_i} = 2(1 - \gamma - \frac{\alpha}{1 - \alpha} - \frac{\beta}{n}) \quad (23)$$

となる. パラメータの値 $\gamma = 0.5, \beta = 0.03, \epsilon_1 = 2, \epsilon_2 = 1.8, c = 0.03, \alpha = 0.2$ として, 子育てコストの子供数に対する弾力性の変化が子供数へ与える影響をシミュレーションすると図6より次の補題を得る.

補題5 $\epsilon_1 \neq \epsilon_2$ で α, c, A は両地域同一の条件下で ϵ の大きい地域でそれが上昇すると, 右側の解で減少する.

以上の補題1～5より以下の命題を得る.

命題2 年金給付率引上げ政策は子供数を減少させる効果がある. 資本分配率の上昇も子育てコストの上昇も子育てコストの子供数に対する弾力性の上昇も, 子供数を減少させる効果をもつ.

この命題の年金給付率引上げ政策が子供数に与える効果は先行研究と同じ結果となっている. 命題2の解釈として, 年金給付率の引上げには二つの効果があると考えられる. 一つは公的年金の外部性(自分の子供以外から老後資金を調達できる)ともいべき効果で, 年金保険料の上昇つまり公的年金制度の充実により, 自分の老後を面倒みてくれる自分の子供数が減少する効果がはたらいていると考えられ, 先行研究でも指摘されているものである. もう一つは年金給付率と保険料率の正の関係から, 年金給付率の引上げは保険料率引上げももたらしており, 各家計の可処分所得の減少と結びついており, コストのかかる子供を産まないという効果もはたらいていると考えられる. 子育てコストや子育てコストの子供数に対する弾力性の上昇も, 家計の可処分所得を減少させて, 出生数を減少させていると考えられる. 資本分配率の上昇は, 労働分配率の低下を意

味するので、賃金の低下を経由して、出生数減少に影響を及ぼしていると考えられる。

3 年金統合無しで資本市場開放の経済

本節では、2地域で各地域の年金制度が独立であり、資本市場は解放されている経済を想定する。各地域でそれぞれの確定給付型賦課方式の公的年金を想定するので、第*i*地域（ $i = 1, 2$ ）の保険料は賃金の τ_i の割合であり、第*i*地域の年金額は若年層の賃金の β_i の割合であるとする。中央政府の年金政策が前節とは異なり、それぞれの地域に対して異なる年金政策を実施している。本節の両地域の個人と企業は本節の政府の政策の下で前節と同様の行動様式をとる。第*i*地域の個人

の貯蓄関数は $s_{it} = [(1 - \gamma)(1 - \tau_i) - (1 - \gamma + \epsilon_i)c_i \cdot \{\frac{w_{it}}{w_{it+1}} \cdot (1 + r_{t+1})\}^{\epsilon_i}]w_{it} - \gamma\beta_i \frac{w_{it+1}}{1 + r_{t+1}}$ であり、前節との年金政策の相違が反映される。

さて、ここで、年金統合無しで資本市場開放の経済における市場均衡を見ていくことにする。動学方程式は、資本市場均衡条件

$$\sum_{i=1}^2 n_{it} k_{it+1} = \sum_{i=1}^2 s_{it} \quad (24)$$

と第*i*地域の公的年金予算

$$\tau_i L_{it} w_{it} = \beta_i \frac{L_{it} w_{it}}{n_{it-1}}, i = 1, 2 \quad (25)$$

である。但し、(11)を代入すると (24) は

$$\sum_{i=1}^2 \{(A_i \alpha_i)^{\frac{1}{1-\alpha_i}} (1 + r_t)^{\frac{-\alpha_i}{1-\alpha_i}}\} = \sum_{i=1}^2 A_i^{\frac{1}{1-\alpha_i}} (1 - \alpha_i) \alpha_i^{\frac{\alpha_i}{1-\alpha_i}} \cdot \left[[(1 - \gamma)(1 - \tau_i) - (1 - \gamma + \epsilon_i)c_i \cdot \{\frac{(1+r_{t+1})^{\frac{1}{1-\alpha_i}}}{(1+r_t)^{\frac{\alpha_i}{1-\alpha_i}}}\}^{\epsilon_i}] (1 + r_t)^{\frac{-\alpha_i}{1-\alpha_i}} - \gamma \beta_i (1 + r_{t+1})^{\frac{-1}{1-\alpha_i}} \right] \quad (26)$$

である。(11)を代入すると (25) は

$$\tau_i = \beta_i (1 + r_t)^{\frac{-1}{1-\alpha_i}} (1 + r_{t-1})^{\frac{\alpha_i}{1-\alpha_i}}, i = 1, 2 \quad (27)$$

である。(27)を(26)に代入すると、資本市場均衡条件式は、以下の1本

$$\begin{aligned}
& \sum_{i=1}^2 (A_i \alpha_i)^{\frac{1}{1-\alpha_i}} (1+r_t)^{\frac{-\alpha_i}{1-\alpha_i}} \\
&= \sum A_i^{\frac{1}{1-\alpha_i}} (1-\alpha_i) \alpha_i^{\frac{\alpha_i}{1-\alpha_i}} [(1-\gamma)\{1-\beta_i(1+r_t)^{\frac{-1}{1-\alpha_i}}(1+r_{t-1})^{\frac{\alpha_i}{1-\alpha_i}}\} \\
&\quad - (1-\gamma+\epsilon_i)c_i \cdot \left\{ \frac{(1+r_{t+1})^{\frac{1}{1-\alpha_i}}}{(1+r_t)^{\frac{\alpha_i}{1-\alpha_i}}} \right\}^{\epsilon_i} (1+r_t)^{\frac{-\alpha_i}{1-\alpha_i}} - \gamma\beta_i(1+r_{t+1})^{\frac{-1}{1-\alpha_i}}]
\end{aligned} \tag{28}$$

になる．動学方程式 (28) は利子率の2階差分方程式になっている．動学プロセスを見てみると，年金統合無しで資本市場開放経済の場合，両地域共通の $t-1$ 期と t 期の利子率がある値で与えられると，(26)の利子率の動学方程式（非線形の2階差分方程式）から利子率の経路がきまり，(11)から i 地域の任意の $t+1$ 期の賃金が決まり，(5)から i 地域の任意の $t+1$ 期の子供数が決まり， i 地域の子供数の経路もわかる．ただし，教育コスト，子育てコストの子供数に対する弾力性，労働と資本の分配率は所与で時間に独立である．(27)から保険料率は，(28)から決まった $t-1$ 期と t 期の利子率，時間に独立な i 地域の確定給付率が与えられると決まる．

次に定常状態を見てみると，定常状態において，(26), (27)は，それぞれ，

$$\begin{aligned}
& \sum_{i=1}^2 (A_i \alpha_i)^{\frac{1}{1-\alpha_i}} (1+r)^{\frac{-\alpha_i}{1-\alpha_i}} = \sum A_i^{\frac{1}{1-\alpha_i}} (1-\alpha_i) \alpha_i^{\frac{\alpha_i}{1-\alpha_i}} [(1-\gamma)\{1-\beta_i \cdot (1+r)^{-1}\} \\
&\quad - (1-\gamma+\epsilon_i)c_i \cdot (1+r)^{\epsilon_i}] (1+r)^{\frac{-\alpha_i}{1-\alpha_i}} - \gamma\beta_i(1+r)^{\frac{-1}{1-\alpha_i}}]
\end{aligned} \tag{29}$$

$$\tau_i = \beta_i(1+r)^{-1}, i = 1, 2 \tag{30}$$

になる．(29), (30) をまとめると，

$$\begin{aligned}
& \sum_{i=1}^2 (A_i \alpha_i)^{\frac{1}{1-\alpha_i}} (1+r)^{\frac{-\alpha_i}{1-\alpha_i}} = \sum A_i^{\frac{1}{1-\alpha_i}} (1-\alpha_i) \alpha_i^{\frac{\alpha_i}{1-\alpha_i}} (1+r)^{\frac{-\alpha_i}{1-\alpha_i}} \cdot \\
& [(1-\gamma)\{1-\beta_i \cdot (1+r)^{-1}\} - (1-\gamma+\epsilon_i)c_i \cdot (1+r)^{\epsilon_i} - \gamma\beta_i(1+r)^{-1}]
\end{aligned} \tag{31}$$

となる．(5) より定常状態において $1+r=n$ より，(31)は

$$\begin{aligned}
& \sum_{i=1}^2 (A_i \alpha_i)^{\frac{1}{1-\alpha_i}} n^{\frac{-\alpha_i}{1-\alpha_i}} = \sum A_i^{\frac{1}{1-\alpha_i}} (1-\alpha_i) \alpha_i^{\frac{\alpha_i}{1-\alpha_i}} n^{\frac{-\alpha_i}{1-\alpha_i}} \cdot \\
& [(1-\gamma)(1-\beta_i n^{-1}) - (1-\gamma+\epsilon_i)c_i n^{\epsilon_i} - \gamma\beta_i n^{-1}]
\end{aligned} \tag{32}$$

となる．

定常状態において， i 地域の年金確定給付率が与えられていれば，地域性を導入したモデル

であるにもかかわらず、(5)の定常状態よりi地域の子供数が等しくなる。両地域共通の子供数が(32)から決まる。

ここで、前節同様に、定常状態でパラメータの値の変化による n への影響を、(32)で、パラメータ値 $\gamma = 0.5, \beta = 0.03, \epsilon = 2.0, c = 0.03, \alpha = 0.2$ 、としてシミュレーションして見してみる。その結果、以下の補題を得る。

補題6 両地域で年金給付率 β が同じ率であろうと異なる率であろうと上昇すると、出生数は小さいほうの解で増加し、大きいほうの解で減少する。一方の地域で年金給付率が上昇し他方の地域で年金給付率が減少すると、両地域で年金給付率が上昇した場合と同じ定性を示すが、それが同率である場合はグラフ上で変化を確認できない。

補題7 ϵ が両地域で上昇すると、その上昇率が両地域で同率でも異なっている、出生数は大きいほうの解で減少する。また、両地域で同率で上昇と減少する場合は、両地域で上昇する場合と同じ定性を示す。

補題8 c が両地域で上昇すると、その上昇率が両地域で同率でも異なっている、出生数は大きいほうの解で減少する。

補題9 資本分配率が両地域で同率で減少すると出生数は小さいほうの解で減少し、大きいほうの解で増加する。

補題10 両地域で年金給付率 β が同じ率であろうと異なる率であろうと上昇すると、出生数は小さいほうの解で増加し、大きいほうの解で減少する。一方の地域で年金給付率が上昇し他方の地域で年金給付率が減少すると、両地域で年金給付率が上昇した場合と同じ定性を示すが、それが同率である場合はグラフ上で変化を確認できない。

補題11 ϵ が両地域で上昇すると、その上昇率が両地域で同率でも異なっている、出生数は大きいほうの解で減少する。また、両地域で同率で上昇と減少する場合は、両地域で上昇する場合と同じ定性を示す。

補題12 c が両地域で上昇すると、その上昇率が両地域で同率でも異なっている、出生数は

大きいほうの解で減少する。

補題13 資本分配率が両地域で同率で減少すると出生数は小さいほうの解で減少し、大きいほうの解で増加する。

補題6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13は、それぞれ図7, 8, 9, 10, 7, 8, 9, 10よりわかる。これらの補題より、以下の命題を得る。

命題3 両地域での、年金給付率引上げ政策、子育てコスト上昇、子育てコストの子供数に対する弾力性の上昇、資本分配率の上昇が、子供数へ与える効果は、年金統合・資本市場開放モデル（第2節）と同じである。

両地域のパラメータの変化の方向や変化の大きさによっては、定性が確認できない場合が発生する。

4 年金制度統合無しで資本市場も分断されている経済

それぞれの地域が別々の分離した（任意の*i*地域が存在している）世界においては1地域に限定して考えればよい。本節で全部のパラメータが等しくなる時は両地域が同一の場合として考える。前節までと同様に、定常状態での市場均衡を見てみると、資本市場均衡条件式は、

$$n^{\epsilon} + \frac{\gamma\beta n^{-1}}{(1-\gamma+\epsilon)c} = \frac{(1-\gamma)(1-\frac{\beta}{n}) - \frac{\alpha}{1-\alpha}}{(1-\gamma+\epsilon)c} \quad (33)$$

である。第2節の $A_1 \neq A_2$ でその他のパラメータが等しい時(20)と同じである。（図11. $n=0.060065, 1.79497$ ）これは年金制度統合が無く資本市場が分断されている場合に相当する。

尚、年金制度が無い場合を見てみると、 $\beta = \tau = 0$ なので、

$$n = \left\{ \frac{(1-\gamma) - \frac{\alpha}{1-\alpha}}{(1-\gamma+\epsilon)c} \right\}^{\frac{1}{\epsilon}} \quad (34)$$

である。局所安定的な唯一解がパラメータに依存して存在することは確認できる。また、

$\gamma = 0.5, \beta = 0.03, \epsilon = 2, c = 0.03, \alpha = 0.2$ としてシミュレーションしても

$n \rightarrow 1.82574$ が存在する.

さて、年金制度が統合された経済と統合されていない経済について考察することにする. まず、子育てコストに地域がある場合、(33) と (22) で $\gamma = 0.5, \beta = 0.03, \epsilon = 2, \alpha = 0.2, c_1 =$

$0.02, c_2 = 0.04$ としてシミュレーションして出生数を比較すると、

$c_1 < c_2$ の時、 $n(c_1) < n(c_1, c_2) < n(c_2), n(c_2) < n(c_1, c_2) < n(c_1)$ となる.

次に、子育てコストの弾力性に地域差がある場合、(33) と (23) で $\gamma = 0.5, \beta = 0.03, c =$
 $0.03, \alpha = 0.2, \epsilon_1 = 1.2, \epsilon_2 = 1.8$ としてシミュレーションして出生数を比較すると、

$\epsilon_1 < \epsilon_2$ の時、 $n(\epsilon_2) < n(\epsilon_1, \epsilon_2) < n(\epsilon_1), n(\epsilon_2) < n(\epsilon_1, \epsilon_2) < n(\epsilon_1)$ となる.

最後に、子育てコストと子育てコストの弾力性の両方に地域差がある場合、(33) と (21) で
 $\gamma = 0.5, \beta = 0.03, c = 0.03, \alpha = 0.2, c_1 = 0.02, c_2 = 0.04, \epsilon_1 = 1.2, \epsilon_2 = 1.8$ としてシミュレーションして出生数を比較すると、

$c_1 < c_2, \epsilon_1 < \epsilon_2$ の時、

$n(c_1, \epsilon_2) < n(c_1, \epsilon_1) < n(c_1, c_2, \epsilon_1, \epsilon_2), n(c_1, \epsilon_2) < n(c_1, c_2, \epsilon_1, \epsilon_2) < n(c_1, \epsilon_1),$

$n(c_2, \epsilon_2) < n(c_1, c_2, \epsilon_1, \epsilon_2) < n(c_2, \epsilon_1), n(c_2, \epsilon_2) < n(c_1, c_2, \epsilon_1, \epsilon_2) < n(c_2, \epsilon_1)$ となる.

以上より2地域に拡張したことにより子育てコストに地域がある場合 $n(c_1)$ と $n(c_2)$ が近づ

くことがわかる. 子育てコストの弾力性に地域差がある場合も $n(\epsilon_2)$ と $n(\epsilon_1)$ が近づくことがわかる.

5 子育て支援政策を導入した経済

本節では、第2節、第3節と第4節に子育て支援政策を導入した場合、その影響がどのようにでるのかを検討する.

中央政府は、子育てコストを財政的に支援し第*i*地域の子育て支援の補助金率（子育て支援率）

は $m_i \times 100\%$ とし、子育てを行なっている i 地域の若年層の賃金へ課税率 $v_i \times 100\%$ を課するという政策を行なう。以下ではこの政策を年金統合・資本市場開放経済、年金統合無し・資本市場開放経済と年金統合無し・資本市場分断経済の3つの経済において追加導入して分析する。

子育て支援の補助金率（と課税率）を若年層に実施する場合、基本的な動学の構造は第2節、第3節と同様である。短期において、第 i 地域の子供数が第2節、第3節と同じで、子育て支援政策（補助金）にも影響を受けない。第2節、第3節と異なるのは、第 i 地域の親への経済支援が子育て支援補助金にも影響を受けることであり、第 i 地域の個人が貯蓄関数をとおしてその影響を受けることである。

第 i 地域の t 世代の個人の効用関数は、

$$u_{it} = \gamma \log c_{it} + (1 - \gamma) \log d_{it+1}, 0 < \gamma < 1 \quad (35)$$

である。この個人の若年期と高齢期の予算制約は、それぞれ

$$c_{it} = \{1 - \theta_{it} - (1 - m_i)c(n_{it}) - \tau_i - v_i\}w_{it} - s_{it} \quad (36)$$

$$d_{it+1} = (1 + r_{t+1})s_{it} + (n_{it}\theta_{it} + \beta_i)w_{it+1} \quad (37)$$

$$c(n_{it}) = c_i n_{it}^{\epsilon_i}, 0 < c_i < 1, \epsilon_i > 1 \quad (38)$$

である。解は、以下のとおりである。

$$n_{it} = \frac{w_{it}}{w_{it+1}}(1 + r_{t+1}) \quad (39)$$

$$\theta_{it} = (1 - m_i)c_i \epsilon_i \left\{ \frac{w_{it}}{w_{it+1}}(1 + r_{t+1}) \right\}^{\epsilon_i} \quad (40)$$

$$s_{it} = [(1 - \gamma)(1 - \tau_i - v_i) - (1 - m_i)(1 - \gamma + \epsilon_i)c_i \cdot \left\{ \frac{w_{it}}{w_{it+1}} \cdot (1 + r_{t+1}) \right\}^{\epsilon_i}]w_{it} - \gamma \beta_i \frac{w_{it+1}}{1 + r_{t+1}} \quad (41)$$

である。子育て支援政策を導入しても子供数は子育て支援政策をしない場合と同じであり、子育て支援政策パラメータは親への経済支援率と貯蓄関数に表れる。

以下では、年金統合・市場開放経済、年金統合無し・資本市場開放経済、年金統合無し・資本市場分断経済に、それぞれ子育て支援政策を導入して、前節と同様の分析を行なう。

5.1 年金統合・資本市場開放経済

本節では、年金統合・市場開放経済（第2節）に子育て支援政策を導入してみよう。前節同様

に市場均衡を見ると、動学方程式は、資本市場均衡条件式

$$\begin{aligned}
 & \sum_{i=1}^2 \{ (A_i \alpha_i)^{\frac{1}{1-\alpha_i}} (1+r_t)^{\frac{-\alpha_i}{1-\alpha_i}} \} \\
 &= \sum A_i^{\frac{1}{1-\alpha_i}} (1-\alpha_i) \alpha_i^{\frac{\alpha_i}{1-\alpha_i}} [\{ (1-\gamma)(1-\tau) - (1-\gamma+\epsilon_i)c_i \cdot \{ \frac{(1+r_{t+1})^{\frac{1}{1-\alpha_i}}}{(1+r_t)^{\frac{\alpha_i}{1-\alpha_i}}} \}^{\epsilon_i} \\
 &+ m_i \epsilon_i c_i \cdot \{ \frac{(1+r_{t+1})^{\frac{1}{1-\alpha_i}}}{(1+r_t)^{\frac{\alpha_i}{1-\alpha_i}}} \}^{\epsilon_i}] (1+r_t)^{\frac{-\alpha_i}{1-\alpha_i}} - \gamma \beta (1+r_{t+1})^{\frac{-1}{1-\alpha_i}}] \\
 & \tag{42}
 \end{aligned}$$

と2地域で統合された年金予算

$$\tau(L_{1t}w_{1t} + L_{2t}w_{2t}) = \beta \left(\frac{L_{1t}w_{1t}}{n_{1t-1}} + \frac{L_{2t}w_{2t}}{n_{2t-1}} \right) \tag{43}$$

である．つまり動学方程式(15)を(42)に代入した1本の非線形の（ $t-1$ 期， t 期， $t+1$ 期）2階差分方程式である．定常状態において，（39）より $n_1 = n_2 = 1+r = n$ なので，（43）は

$$\tau = \frac{\beta}{n} \tag{44}$$

となる． $1+r = n$ であることより，（42）は

$$\begin{aligned}
 & \sum_{i=1}^2 \{ (A_i \alpha_i)^{\frac{1}{1-\alpha_i}} n^{\frac{-\alpha_i}{1-\alpha_i}} \} = \sum A_i^{\frac{1}{1-\alpha_i}} (1-\alpha_i) \alpha_i^{\frac{\alpha_i}{1-\alpha_i}} n^{\frac{-\alpha_i}{1-\alpha_i}} \\
 & \times [\{ (1-\gamma)(1-\frac{\beta}{n}) - (1-\gamma+\epsilon_i)c_i n^{\epsilon_i} + m_i \epsilon_i c_i n^{\epsilon_i} \} - \gamma \beta n^{-1}] \\
 & \tag{45}
 \end{aligned}$$

となる．

ここで，前節同様に，定常状態におけるパラメータの変化の子供数に与える影響をシミュレーションによって定性分析する．まず， $A_1 \neq A_2$ で他の要因は同一（ケース1）の場合，（44）は

$$n^\epsilon = \frac{(1-\gamma)(1-\frac{\beta}{n}) - \frac{\alpha}{1-\alpha}}{\{(1-\gamma+\epsilon) - m\epsilon\}c} - \frac{\gamma \beta n^{-1}}{\{(1-\gamma+\epsilon) - m\epsilon\}c} \tag{46}$$

となる．前節同様 $\gamma = 0.5, \beta = 0.03, \epsilon = 2, c = 0.03, \alpha = 0.2, m = 0.03$ のパラメータ値

からシミュレーションをすると、図12より子育て補助金率 m の上昇は、出生数の定常値は右側の解で減少する。図13, 14, 15より β の上昇も α の上昇も c の上昇も出生数の定常値は右側の解で減少させる。

次に、 $c_1 \neq c_2$ で他の要因は同一（ケース2）の場合、(44) は

$$\{(1 - \gamma + \epsilon) - m\epsilon\}n^\epsilon \sum c_i = 2\{(1 - \gamma)(1 - \frac{\beta}{n}) - \gamma\beta n^{-1} - \frac{\alpha}{1 - \alpha}\} \quad (47)$$

である。 $\gamma = 0.5, \beta = 0.03, \epsilon = 2, c_1 = c_2 = 0.03, \alpha = 0.2, m = 0.03$ としてシミュレーションすると、図16, 17, 18より c, β, α のそれぞれの上昇は出生数の定常値は右側の解で減少する。図19より m の上昇はグラフで確認しづらいが、出生数の定常値は大きいほうの解で減少する。

第3に、 $\epsilon_1 \neq \epsilon_2$ で他の要因は同一（ケース3）の場合、(44) は

$$\sum (1 - \gamma + \epsilon_i - m\epsilon_i)n^{\epsilon_i} = \frac{2}{c}\{(1 - \gamma)(1 - \frac{\beta}{n}) - \gamma\beta n^{-1} - \frac{\alpha}{1 - \alpha}\} \quad (48)$$

である。 $\gamma = 0.5, \beta = 0.03, \epsilon = 2, c = 0.03, \alpha = 0.3, m = 0.03$ としてシミュレーションすると、図20より m の上昇は、出生数の定常値の大きいほうの解で増加する。図21より α の増加は出生数の定常値の大きいほうの解で減少する。図22より β の増加で出生数の定常値は大きいほうの解は減少する。図23より ϵ の増加は出生数を大きいほうの解を減少させる。

最後に、 $m_1 \neq m_2$ で他の要因は同一（ケース4）の場合、(44) は

$$\sum m_i = \frac{2}{\epsilon c n^\epsilon} \left\{ \frac{\alpha}{1 - \alpha} - (1 - \gamma)(1 - \frac{\beta}{n}) + (1 - \gamma + \epsilon)cn^\epsilon + \gamma\beta n^{-1} \right\} \quad (49)$$

となる。 $\gamma = 0.5, \beta = 0.03, \epsilon = 2, c = 0.03, \alpha = 0.2, m = 0.03$ としてシミュレーションすると、図24より m の上昇は出生数の定常値は小さいほうの解で減少させ、大きいほうの解で増加させる。以上より次がわかる。

補題14 子育て支援率の上昇は子供数を増加させる効果があり、他のパラメータが子供数に与える影響は第2節と同じ傾向を示す。

5.2 年金統合無し・資本市場開放経済

本節では、年金統合無し・市場開放経済（第3節）に子育て支援政策を導入してみる。前節同様に市場均衡を見ると、動学方程式は、以下の1本

$$\begin{aligned}
 \sum_{i=1}^2 (A_i \alpha_i)^{\frac{1}{1-\alpha_i}} (1+r_t)^{\frac{-\alpha_i}{1-\alpha_i}} &= \sum A_i^{\frac{1}{1-\alpha_i}} (1-\alpha_i) \alpha_i^{\frac{\alpha_i}{1-\alpha_i}} \\
 &\times \left[[(1-\gamma) \left\{ 1 - \beta_i \frac{(1+r_{t+1})^{\frac{\alpha_i}{1-\alpha_i}}}{(1+r_t)^{\frac{1}{1-\alpha_i}}} \right\} - (1-\gamma+\epsilon_i)c_i \cdot \left\{ \frac{(1+r_{t+1})^{\frac{1}{1-\alpha_i}}}{(1+r_t)^{\frac{\alpha_i}{1-\alpha_i}}} \right\}^{\epsilon_i} \right. \\
 &\left. + m_i \epsilon_i c_i \cdot \left\{ \frac{(1+r_{t+1})^{\frac{1}{1-\alpha_i}}}{(1+r_t)^{\frac{\alpha_i}{1-\alpha_i}}} \right\}^{\epsilon_i}] (1+r_t)^{\frac{-\alpha_i}{1-\alpha_i}} - \gamma \beta_i (1+r_{t+1})^{\frac{-1}{1-\alpha_i}} \right]
 \end{aligned} \tag{50}$$

である。定常状態において(49)は

$$\begin{aligned}
 \sum_{i=1}^2 (A_i \alpha_i)^{\frac{1}{1-\alpha_i}} n^{\frac{-\alpha_i}{1-\alpha_i}} &= \sum A_i^{\frac{1}{1-\alpha_i}} (1-\alpha_i) \alpha_i^{\frac{\alpha_i}{1-\alpha_i}} n^{\frac{-\alpha_i}{1-\alpha_i}} \\
 &\times [(1-\gamma)(1-\beta_i n^{-1}) - (1-\gamma+\epsilon_i)c_i n^{\epsilon_i} + m_i \epsilon_i c_i n^{\epsilon_i} - \gamma \beta_i n^{-1}]
 \end{aligned} \tag{51}$$

となる。

ここで、定常状態におけるパラメータの変化の子供数に与える影響を比較静学しよう。

$\gamma = 0.5, \beta = 0.03, \epsilon = 2, c = 0.03, \alpha = 0.2, m = 0.03$ としてシミュレーションすると、

図25-1より m の上昇は出生数の定常値は大きいほうの解で増加させる。図25-2より β の上昇は出生数の定常値は小さいほうの解で増加させ、大きいほうの解で減少させる。図25-3より c の上昇は出生数の定常値は大きいほうの解で減少させる。図25-4、25-5より α, ϵ のそれぞれの上昇は出生数の定常値は小さいほうの解で増加させ、大きいほうの解で減少させる。以上より次がわかる。

補題15 子育て支援率の上昇は子供数を増加させる効果があり、他のパラメータが子供数に与える影響は第2節と同じ傾向を示す。

5.3 年金統合無し・資本市場分断経済

本節では、年金統合無し・資本市場分断経済に子育て支援政策を導入する。2地域で年金統合が無く資本市場が分断されている経済は、1地域モデルに相当する。市場均衡を定常状態において見てみると、

$$n^{\epsilon} + \frac{\gamma\beta n^{-1}}{\{(1-\gamma+\epsilon)-m\epsilon\}c} = \frac{(1-\gamma)(1-\frac{\beta}{n}) - \frac{\alpha}{1-\alpha}}{\{(1-\gamma+\epsilon)-m\epsilon\}c} \quad (52)$$

となる。第5.1節の(45)と同じである。以上より次の命題が得られる。

命題4 子育て支援率上昇は、いずれの経済レジームにおいても、子供数を増加させる効果がある。他のパラメータの変化の子供数への影響は、子育て支援策を導入しない場合と同じである。

さて、年金制度が統合された経済と統合されていない経済について考察することにする。まず、子育てコストに地域がある場合、(52)と(47)で $\gamma = 0.5, \beta = 0.03, \epsilon = 2, \alpha = 0.2, m =$

$0.03, c_1 = 0.02, c_2 = 0.04$ としてシミュレーションして出生数を比較すると、

$c_1 < c_2$ の時、 $n(c_1) < n(c_1, c_2) < n(c_1), n(c_2) < n(c_1, c_2) < n(c_1)$ となる。

次に、子育てコストの弾力性に地域差がある場合、(52)と(48)で $\gamma = 0.5, \beta = 0.03, c = 0.03, \alpha = 0.2, \epsilon_1 = 1.2, \epsilon_2 = 1.8$ としてシミュレーションして出生数を比較すると、

$\epsilon_1 < \epsilon_2$ の時、 $n(\epsilon_2) < n(\epsilon_1, \epsilon_2) < n(\epsilon_1), n(\epsilon_2) < n(\epsilon_1, \epsilon_2) < n(\epsilon_1)$ となる。

最後に、子育て支援率に地域差がある場合、(52)と(44)で $\gamma = 0.5, \beta = 0.03, c = 0.03, \alpha = 0.2, c = 0.03, \epsilon = 2, m_1 = 0.02, m_2 = 0.05$ としてシミュレーションして出生数を比較すると、

$m_1 < m_2$ の時、 $n(m_2) < n(m_1, m_2) < n(m_1), n(m_1) < n(m_1, m_2) < n(m_2)$ となる。

6 おわりに

本稿では、資本と労働の分配率、全要素生産性、子育てコスト、子育てコストの子供数に対する弾力性および子育て支援政策という要因に地域差がある2地域を想定した1財2地域経済OLGモデルにおいて、資本市場の開放の有無、年金統合の有無、子育て支援の有無の組合せの違いを組み込んだ経済に場合分けをして、年金給付政策や地域の要因が子供数へ与える影響を定常状態でシミュレーション分析によって定性分析した。その結果、資本市場開放下では、2地域の年金統合の有無にかかわらず、年金政策の充実（年金給付率上昇政策）は定常状態における子供数を減少させるという結果が得られた。この結果は先行研究と同様となった。

2地域に拡張したことにより、年金統合・資本市場開放モデルで $A_1 \neq A_2$ で α, ϵ, c のケースで全要素生産性の地域差は人口成長率に影響しないことがわかった。さらに年金統合・資本市場開放モデルで $c_1 \neq c_2$ で α, ϵ, A のケースでは地域の子育てコストが両地域共通の出生数の定常値に影響をするのではなく、両地域の子育てコストの総和が両地域共通の出生数の定常値に影響を与えることもわかった。

また、年金制度統合無しで資本市場も分断されている経済で、子育てコストに地域差がある場合、2地域に拡張したことにより各地域の出生数 $n(c_1)$ と $n(c_2)$ が平均化することがわかった。子育てコストの弾力性に地域差がある場合も各地域の出生数 $n(\epsilon_2)$ と $n(\epsilon_1)$ が平均化することがわかった。

安定性の確認を試行したが、本稿の一部の節の関数形では均衡における安定性をパラメータ値で評価して確認することも不可能であることがわかった。今後の課題として、1地域から2地域に拡張した場合の安定性を見るために移行動学分析を行なうこと、子育て支援策が出生数減少を抑制する程度のシミュレーション分析をすること、両地域のパラメータの変化の方向や大きさの違いを分類して子供数へ与える効果を見ることが残っている。また、地域間の労働移動を導入したモデルへの拡張は今後取り組みたい課題である。

参考文献

- [1]Barro, Robert J. (1974), “Are Government Bonds Net Wealth?”, *Journal of Political Economy*, 82, 1095-1117
- [2]Barro, Robert J. and X. Sala-i-Martin(1995), *Economic Growth*, McGraw-Hill(大住圭介訳(1997),『内生的経済成長論Ⅰ』,九州大学出版会)
- [3]Cigno, A. (1993), “Intergenerational Transfers without Altruism : Family ,Market, State”, *European Journal of Political Economy*, 9(4), 505-518
- [4]de la Croix, David and Philippe Michel (2002), *A Theory of Economic Growth - Dynamics and Policy in Overlapping Generations*

- [5]Diamond, Peter A. (1965), “National Debt in a Neoclassical Growth Model”, *American Economic Review*, 55, 1126-1150
- [6]木立力 (2009), 『少子高齢化の経済動学—世代重複モデルの理論と展開』, 晃洋書房
- [7]Michel, Philippe, Emmanuel Thibault, and Jean-Pierre Vidal (2006), “Intergenerational Altruism and Neoclassical Growth Models”, *Handbook of The Economics of Giving, Altruism and Reciprocity*, (edited by Kolm, Serge-Christophe and Jean Mercier Ythier), North-Holland
- [8]Michel, Philippe and Pierre Pestieau (1993), “Population growth and optimality : When does serendipity hold?”, *Journal of Population Economics*, 6 (4), 353-362
- [9]Michel, Philippe and Pierre Pestieau (2001), “Fiscal Policy in a Growth Model with Bequest as Consumption”, *CORE Working Paper*
- [10]Michel, Philippe and Pierre Pestieau (2004), “Fiscal Policy in An Overlapping Generations Model with Bequest-as-Consumption”, *Journal of Public Economic Theory*, 6 (3), 397-407
- [11]小塩隆士, 安岡匡也 (2010), 「公的年金と子育て支援—出生率内生化モデルによる分析—」, 『経済研究』, 61 (2), 126-136
- [12]Samuelson, Paul A. (1975), “The Optimum Growth Rate for Population”, *International Economic Review*, 16 (3), 531-538
- [13]Sinn, H. (2004), “The Pay-As-You-Go Pension System as Fertility Insurance and an Enforcement Device”, *Journal of Public Economics*, 88 (7-8), 1335-1357
- [14]Zhang, J. and K. Nishimura (1993), “The Old-Age Security Hypothesis Revisited”, *Journal of development Economics*, 41 (1), 191-202
- [15]Zhang, J. and J. Zhang (1998), “Social Security, Intergenerational Transfer and Endogenous Growth”, *Canadian Journal of Economics*, 31 (6. 5), 1225-1241
- [16]Wigger, B. U. (1999), “Pay-As-You-Go-Financed Public Pensions in a Model of Endogenous Growth and Fertility”, *Journal of Population Economics*, 12 (4), 625-640

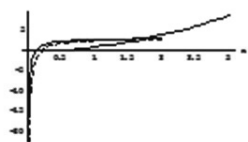


図1

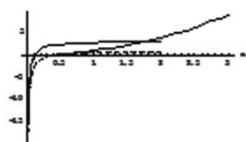


図2

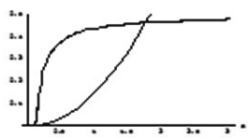


図3



図4

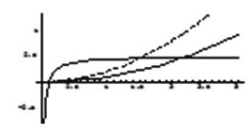


図5

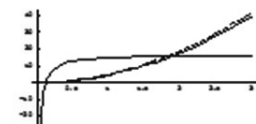


図6

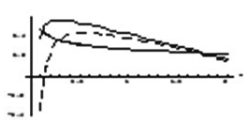


図7

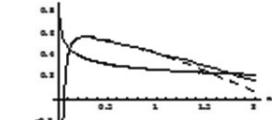


図8

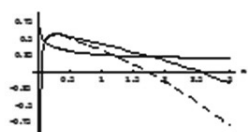


図9

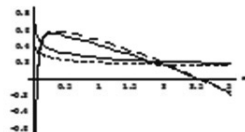


図10

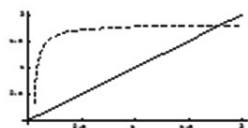


図11

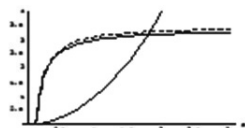


図12

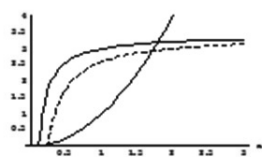


図13

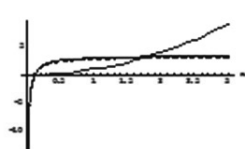


図14

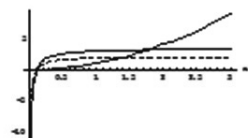


図15

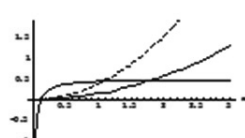


図16

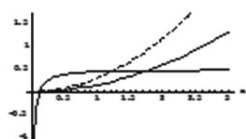


図17

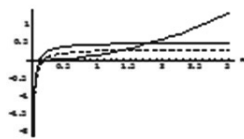


図18

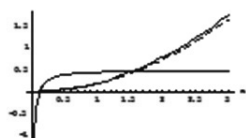


図19

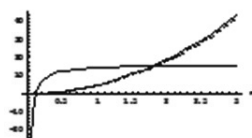


図20

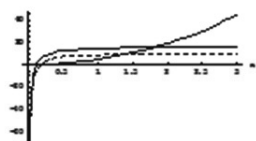


図21

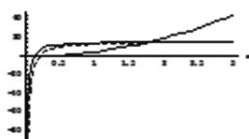


図22

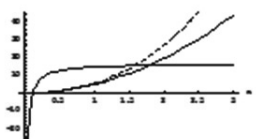


図23

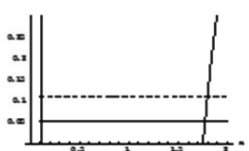


図24

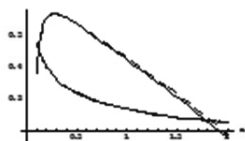


図25-1

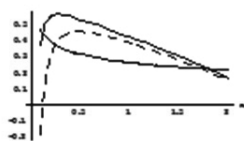


図25-2

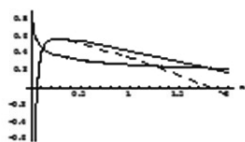


図25-3

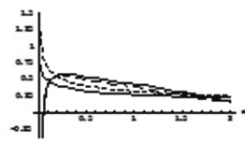


図25-4

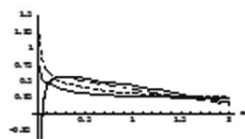


図25-4