調査報告と統計教育における推定提示の現状とその促進方策
― 中心極限定理実習及び各種推定用scriptの作成を通して ―

Present State of "Estimation" in Survey Reports & Statistics Education in Japan and Presentation of Scripts to Facilitate the Use of Confidence Intervals

加藤　厚

まず、世論調査などの報告例に基づいて、標準誤差を含む標本誤差が明示されない国内の現状が指摘された。続いて、統計書の記述内容の例示を踏まえ、その「情報の豊富さ」や「必須性」にも拘らず、特に入門教育において“推定”が軽視されがちな現状が指摘された。

以上の２問題について、報告内容の補完のための算出手段、並びに教育支援のための教材の作成と提示が目的として掲げられ、JavaScriptを用いた母平均、母比、母相関の信頼区間算出用script並びに「中心極限定理」実習用scriptなどが作成・提示された。

各種toolのblack box的利用の回避の必要性などを指摘した上で、scriptの活用による調査結果の適切な理解と報告、並びに統計教育の一層の充実を期待して本資料の結びとした。

キーワード：調査報告、統計教育、推定、標準誤差、中心極限定理、母数、スクリプト

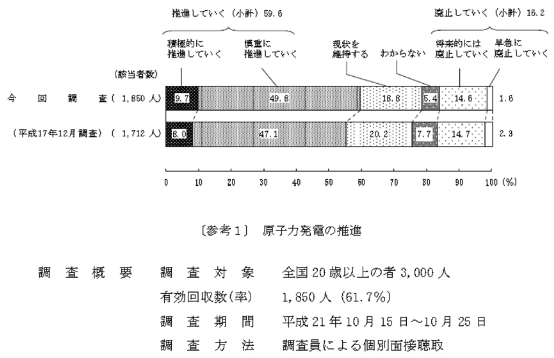
目　次

Ⅰ　序：問題の背景

１　標本調査の報告における標準誤差の言及・活用の現状

資料１・２は、類似性の高い内容に関する最近の世論調査報告における結果並びに方法の説明例である。

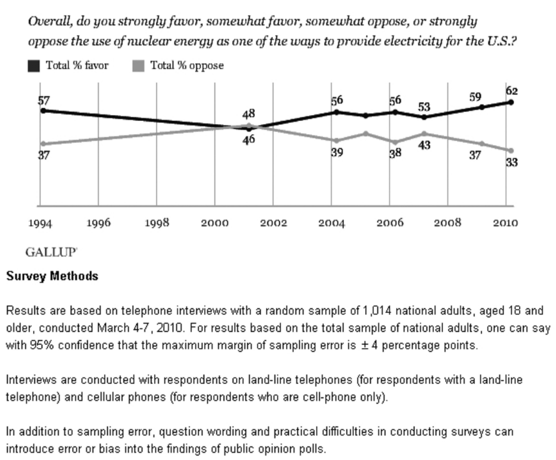
内閣府の報告（2009）では、その「調査概要」として調査対象、有効回収数（率）、調査期間と調査方法が報告されている。



調査概要	調査対象	全国20歳以上の者3,000人
	有効回収数(率)	1,850人（61.7%）
	調査期間	平成21年10月15日～10月25日
	調査方法	調査員による個別面接聴取

資料１　内閣府による世論調査の報告の１例（2009）

他方、Gallupの報告（2010）では、Survey Methodsとして調査対象の属性と数（a random sample of 1,014 national adults）、調査時期と調査方法に加えて、標本誤差の最大範囲（the maximum margin of sampling error is ±4 percentage points）が明記されているのが特長である。



Survey Methods

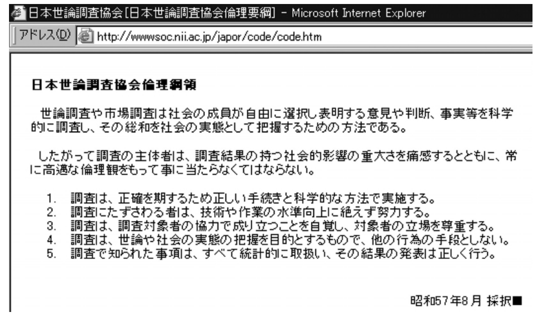
Results are based on telephone interviews with a random sample of 1,014 national adults, aged 18 and older, conducted March 4-7, 2010. For results based on the total sample of national adults, one can say with 95% confidence that the maximum margin of sampling error is ±4 percentage points.

Interviews are conducted with respondents on land-line telephones (for respondents with a land-line telephone) and cellular phones (for respondents who are cell-phone only).

In addition to sampling error, question wording and practical difficulties in conducting surveys can introduce error or bias into the findings of public opinion polls.

資料２　Gallupによる世論調査の報告の１例（2010）

なお、この例では「標本誤差」（sampling error）として、推定の標準誤差（standard error of estimate）＝「推定量の標本分布の標準偏差」（渡部 1984 p.213）、具体的には母比の95%信頼区間（この場合は±2.99）よりもやや大きい値が示されている。その理由としては、「標本から母集団における数値を推定するとき（中略）全数調査でない以上、当然標本から推定された賛成率には誤差がともなう」（渡部　p.214）という意味での標本誤差（sampling error）には、確率的事象である推定の標準誤差に加え、手続き上の偏りや過誤なども含まれうること（資料２の第３段落に明記）などが考えられる。



日本世論調査協会倫理綱領

世論調査や市場調査は社会の成員が自由に選択し表明する意見や判断、事実等を科学的に調査し、その総和を社会の実態として把握するための方法である。

したがって調査の主体者は、調査結果の持つ社会的影響の重大さを痛感するとともに、常に高適な倫理観をもって事に当たらなくてはならない。

1. 調査は、正確を期するため正しい手続きと科学的な方法で実施する。
2. 調査にたずさわる者は、技術や作業の水準向上に絶えず努力する。
3. 調査は、調査対象者の協力で成り立つことを自覚し、対象者の立場を尊重する。
4. 調査は、世論や社会の実態の把握を目的とするもので、他の行為の手段としない。
5. 調査で知られた事項は、すべて統計的に取扱い、その結果の発表は正しく行う。

昭和57年8月 採択■

資料３　世論調査の倫理綱領の１例（日本世論調査協会　1982）

ここで、資料３にその一部を示した「日本世論調査協会倫理綱領」を基準とするなら、内閣府の調査は有効回収数（率）には言及しているものの、標本調査に必然的に伴う「標準誤差を含む標本誤差」に言及していない点で、その「結果の発表は正しく行」われている（資料３項目５）とは言い難い。

そして、資料４～６として提示したＮＰＯによる調査結果の朝日新聞による紹介記事（資料４）、新聞社自身が行った世論調査の方法に関する説明（資料５）、及び外部調査会社に委託実施した調査結果に基づく日本経済新聞の記事（資料６）の各例が示すとおり、新聞社などの責任ある機関が行いまた報道する調査結果などについても、標本誤差への言及はなされていないのが一般的である。

統計上必ず存在する標準誤差、及びそれを含む標本誤差に全く言及せず、母数の点推定値に過ぎない標本統計量をあたかも母数そのものであるかのように示すこのような報告は、先に言及した倫理綱領の項目５（資料３）に照らし「最適」とは言い難い。従って、標本調査の「結果の発表」を「正しく行う」ために本来であれば不可欠な標準誤差を含む標本誤差が適切に言及・活用されていないのが「現状の大勢」であると言わざるを得ない。

重要な隣国だけど「信頼関係なし」3割　日中世論調査

日本で8割以上、中国で9割以上が両国関係が重要と考える一方で、ともに約3割が両国民に信頼関係がないと感じている——。日本のNPO法人「言論NPO」と、中国で英字紙を発行する中国日報社が実施した共同世論調査でこんな結果が出た。

調査は2005年から毎年実施。今回は6～7月に18歳以上の男女を対象に、日本では全国の1千人、中国では北京、上海など5都市の1617人から回答を得た。

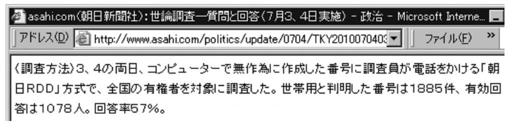
両国関係は今後の自国にとって重要かとの問いでは、「重要」と「どちらかといえば重要」を合わせると、日本では81.5%で前年比0.6ポイント減。中国では92.5%で前年比2.4ポイント増だった。

一方、両国関係の発展を阻害する主な問題（三つまで回答可）については、両国とも「領土問題」（日本34.6%、中国36.5%）が最多で、「両国民に信頼関係がない」（日本32.8%、中国29.9%）が続いた。

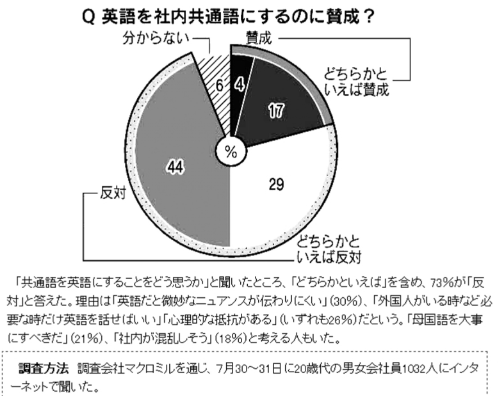
また、日本では昨年の調査で46.2%と最多だった「中国産品の安全性」が28.7%に下がった。中国では「中国国民のナショナリズムや反日行動」を阻害要因とする回答が19.9%で、「日本国民のナショナリズムや反中行動」の11.0%より多かった。

相手国に対する印象では中国で「どちらかといえば良くない」と「良くない」の合計が55.9%となり、前年より9.3ポイント減少し、対日イメージが改善した形だ。日本では計72.0%（前年比1.2ポイント減）でほぼ変化がなかった。（金順姫）

資料４　ＮＰＯ法人実施の調査の報道の１例（朝日新聞　2010a）


asahi.com（朝日新聞社）：世論調査一質問と回答（7月3、4日実施） - 政治 - Microsoft Interne...
アドレス(D) http://www.asahi.com/politics/update/0704/TKY2010070403 ファイル(F)
（調査方法）3、4の両日、コンピューターで無作為に作成した番号に調査員が電話をかける「朝日RDD」方式で、全国の有権者を対象に調査した。世帯用と判明した番号は1885件、有効回答は1078人。回答率57%。

資料５　新聞社による世論調査の方法説明の１例
（朝日新聞　2010b）



「共通語を英語にすることをどう思うか」と聞いたところ、「どちらかといえば」を含め、73%が「反対」と答えた。理由は「英語だと微妙なニュアンスが伝わりにくい」（30%）、「外国人がいる時など必要な時だけ英語を話せばいい」「心理的な抵抗がある」（いずれも26%）だという。「母国語を大事にすべきだ」（21%）、「社内が混乱しそう」（18%）と考える人もいた。

調査方法　調査会社マクロミルを通じ、7月30～31日に20歳代の男女会社員1032人にインターネットで聞いた。

資料６　外部委託調査に基づく記事の１例
（日本経済新聞　2010）

２　統計書における標本誤差の解説などの現状

前節で指摘した「母数の推定における標準誤差への言及の不足」の原因としては、「記述の簡略化」などの現実的要因、「特定的な値の提示による説得力の（表面的）向上」といった意図的要因に加え、「統計書における解説と強調の不足あるいは回避」及びその結果としての「認識不足」の存在も指摘できる。

例えば、吉田（1998）は「統計的推定はデータ数が多い場合には次の統計的検定よりも重要だと考えられますが、本書の全体的レベルからみてどうしても内容的にむずかしくなってしまうことと、心理学などでは現在、統計的検定の方が圧倒的に利用されていることから、本書ではこれ以上の解説は省略します」（p. 151）と記述している。

また、田久・小島（2006）も「推定はどちらかというと保健師さんの分野です。看護研究の初心者ということで今回は検定に的をしぼりましょう」（p. 72）と記述している。

近年改訂された白畑らの「改訂版　英語教育用語辞典」（2009）でも、推測統計については「statistics（統計）」の項目（全８頁 pp. 290-297）で帰無仮説、各種の検定と分散分析、多重比較から効果量に到る内容が解説されているものの、標準誤差や信頼区間への言及はなされていない。また「標準誤差」や「信頼区間」は項目としても取り上げられていない。

これらの事例は、特に入門的・概論的段階の学習者を想定した統計書・辞典などにおける「統計的検定を重視・優先し統計的推定を扱わない傾向」の存在を示すものである。

他方、上述の吉田（1998）と同年の「心理・教育のための統計法」（山内　1998）では、平均値の区間推定（pp. 118-120）、平均値の差の信頼区間（pp. 130-132）、相関係数（ r ）の信頼区間（pp. 210-212）が具体的な計算例付きで紹介されており、また以下に引用したように検定を上回る推定の長所が明記されている：

「信頼区間を求めると、$\mu_1-\mu_2=0$ の仮説の判定ができるだけではない。すなわち、単なる点的情報だけではなく、母平均値の真の差の存在する幅についても、情報を得ることができるという利点がある。」（p. 132）

「通常、心理・教育の研究では、帰無仮説 H_0：$\rho=0$ を棄却できるかどうかだけに専心すること

が多いが、むしろ、信頼区間を示すことで、より多くの情報を得られることが、以上の例からも推察できるであろう。」（p. 212）

さらに、より近年の石井（2005）では、「ｐ値をみて有意だとか有意でないとかいっているだけでは、どの程度の効果があるかを推定することはできませんが、信頼区間を求めれば、統計的に有意か否かの情報が得られるばかりでなく、母集団における平均値差がどの程度であるかを推定することができます。」（p. 137）と述べ、「信頼区間を求めることは、統計分析において必須になってきているのです。」（同）と指摘している。

３　背景に基づく「全体像」のまとめ

全数調査（悉皆調査）でない限り、結果の一般化には標本の特徴から母集団の特徴を推測する過程が不可欠であり、そこには確率的な標準誤差を含む様々な標本誤差が必然的に伴う。しかし、国内の政府機関や新聞社などの調査報告においては標準誤差の活用はなされていないのが現状の大勢である。また、統計書の記述においても、推測の２過程である推定と検定は、前者（推定）について山内（1998）の指摘した「情報の豊富さ」や石井（2005）の指摘した「必須性」にも拘らず、「内容的にむずかし」（吉田　1998　p. 151）いと受け取られてきた結果、後者（検定）中心の解説がなされ、かつ「圧倒的に利用されて」（同）きているのが現状である。

Ⅱ　問題と目的

より豊富な情報を含み、分野によっては「信頼区間を求めていない論文は受け付けない」（石井　2005　p. 137）ほど重視される推定が、「内容的にむずかし」いことを一因として少なくない統計書などで適切に紹介・解説されておらず、また調査報告などにおいて活用されていない点を問題として取り上げる。

そして、中核的な母数として母平均、母比、母相関を取り上げ、それらの印象的な納得・理解と簡便な算出を可能とする教材例を作成・提示することを本資料の目的とする。

Ⅲ　方法と結果

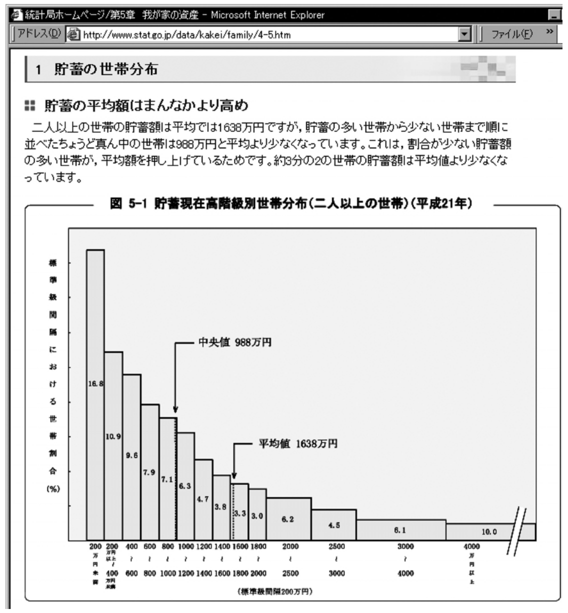
１　理解・納得と簡便な算出のための教材の作成方法

印象的な納得・理解、及び簡便な算出と理解のための手段として、既存の諸統計書で用いられている関数電卓（山内　1998　p. 133）や表計算ソフト（広田　2005　p. 157、盧ら　2007　第９章）ではなく、JavaScriptを用いることとした。その理由は、標準化された汎用技術であることに加え、「interfaceはブラウザと同一」（加藤　2009　p. 298）であるため近年の学生などにとって親近性が高く、また「実体がテキストファイルであり、改良が容易に可能である」（同）と共に可読性

も高いため「処理の手順・内容を辿ることによる理解と納得の達成」が期待しやすいからである。

２　「中心極限定理」実習用scriptの作成

母集団の分布がたとえ正規分布でなくても「もし標本の大きさ（n）が大であれば、無作為標本の平均値の標本抽出分布は、正規分布に近づいていく」（山内　1998　p.100）という中心極限定理、及びその結果としての正規分布は区間推定の中核的基本概念である。



資料７　非正規的分布の１例としての貯蓄現在高（総務省統計局　2008）

そこで、以下を要件として、実習を通した同定理及び正規分布の特徴に関する納得支援を目的とするscriptを作成した。

１）学習者に親近性が高く、かつ明らかに非正規的に分布する統計数値を母集団とする。
２）同母集団からの大きさｎの標本の多数回無作為抽出とその分布提示が容易に行える。
３）ｎが大きくなるに伴って標本平均の分布が正規に近づくことを短時間に観察できる。

非正規分布の統計数値として資料７に示した「貯蓄現在高」（総務省統計局　2008）を選択し、その分布に基づいて計101の数値からなる配列を作成した（同配列の平均、標準偏差、歪度、尖度は順に14.911、15.003、1.218、3.382）。標本の大きさの初期値を１、無作為抽出回数のそれを500とし、ボタンのクリックで標本抽出及び各標本平均の一覧とその分布・諸統計量（平均、標準偏差、歪度、尖度）を提示するscriptは資料８に示したとおりである。なお、歪度と尖度の計算式については岩原（1965）のpp.65-68を参照した。

同scriptでｎ＝１、９、25の各場合の出力例は資料９に示したとおりである。

ｎ=１の場合は「平均」＝個々の数値であるため、その分布は資料７のヒストグラム並びに資料８の配列の分布に対応した非正規的なものとなる。他方、ｎ＝９の場合には、標本平均の分布は一転してベル型に近い山型となり、歪度も半分以下に減少する。さらにｎ＝25の場合には歪度は０、尖度は３に近づき、ほぼ正規分布となる。

この実習は、中心極限定理の納得及び正規分布の特徴の理解に有効であるのに加え、母平均の区


```
<!-- saved from url=(0008)about:internet -->
<title>非正規母集団から指定の大きさｎか1～自動増の無作為標本をｔ回抽出します。</title>
<form>
        <textarea rows="36" cols="30"></textarea><textarea rows="36" cols="32"></textarea><br>
        <input type="button" value="指定" onClick="指()">
         （標本の大きさｎ=<input type="text" size="3" value="1">）
          抽出回数ｔ=<input type="text" size="3" value="500"><br>
        <input type="button" value="自動" onClick="自()">（ｎ=1～自動増）
        <input type="button" value="停止" onClick="停()">
        <input type="button" value="再開" onClick="再()">
</form>
<script>
        母=new Array(1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,5,5,5,5,5,5,5,5,5,5,7,7,7,7,7,7,7,7,
9,9,9,9,9,9,9,11,11,11,11,11,11,13,13,13,13,13,15,15,15,15,17,17,17,19,19,19,23,23,23,23,23,23,28,28,28,28,
28,35,35,35,35,35,35,50,50,50,50,50,50,50,50,50,50)
function 指(){ｎ=document.forms[0].elements[3].value; 行()}
function 自(){秒=0; ｎ=0; 再()}
function 動(){秒=秒+1; ｎ=ｎ+1; 行()}
function 停(){秒=秒; ｎ=ｎ; clearInterval(時)}
function 再(){時=setInterval("動()",1000)}
function 行(){
         ｔ=document.forms[0].elements[4].value; 度数=new Array(); for (i=1; i<26; i++){度数[i]=0}
        和=0; 二乗和=0; 三乗和=0; 四乗和=0; 説="大きさｎ="+ｎ+"の標本の平均"; 出1=説+ｔ+"個¥n"
        for(i=1; i<=ｔ; i++){x=0
                for(j=1; j<=ｎ; j++){x=x+母[Math.floor(Math.random()*101)]}
                値=x/ｎ; 出1=出1+Math.round(100*値)/100+"¥n"; 度数[Math.floor(値/2+.5)]++
                和=和+値; 二乗和=二乗和+値*値; 三乗和=三乗和+値*値*値; 四乗和=四乗和+値*値*値*値
        }
        document.forms[0].elements[0].value=出1; 平均=和/ｔ
        SD=Math.sqrt(二乗和/ｔ-平均*平均)
        μ3=三乗和/ｔ-3*二乗和/ｔ*平均+2*平均*平均*平均; 歪度=μ3/(SD*SD*SD)
        μ4=四乗和/ｔ-4*三乗和/ｔ*平均+6*二乗和/ｔ*平均*平均-3*平均*平均*平均*平均; 尖度=μ4/(SD*SD*SD*SD)
        出2=説+"の分布¥n"; 目盛="  0    10    20    30    40    50%¥n"; 尺度="  +――-+――-+――-+――-+――-+"
        図=""; for (i=25; 0<i; i--){棒=""; 白=""; if (i<5) 白=" "
                for (j=1; j<=50*度数[i]/ｔ; j++){棒=棒+"*"}; 図=図+白+i*2+":"+棒+"¥n"
        }
        諸値="¥n平均="+Math.round(1000*平均)/1000+"¥nＳＤ="+Math.round(1000*SD)/1000
        諸値=諸値+"¥n歪度="+Math.round(1000*歪度)/1000+"¥n尖度="+Math.round(1000*尖度)/1000
        document.forms[0].elements[1].value=出2+目盛+尺度+"¥n"+図+尺度+"¥n"+目盛+諸値
}</script>
```

資料８　実習を通した「中心極限定理」の納得支援用scriptの１例

```
大きさｎ=1の標本の平均の分布   大きさｎ=9の標本の平均の分布   大きさｎ=25の標本の平均の分布
  0   10   20   30   40   50%     0   10   20   30   40   50%     0   10   20   30   40   50%
  +――-+――-+――-+――-+――-+         +――-+――-+――-+――-+――-+         +――-+――-+――-+――-+――-+
50:*****                        50:                             50:
48:                             48:                             48:
46:                             46:                             46:
44:                             44:                             44:
42:                             42:                             42:
40:                             40:                             40:
38:                             38:                             38:
36:**                           36:                             36:
34:                             34:                             34:
32:                             32:                             32:
30:                             30:                             30:
28:**                           28:                             28:
26:                             26:*                            26:
24:**                           24:*                            24:
22:                             22:**                           22:
20:*                            20:****                         20:***
18:                             18:*******                      18:********
16:*                            16:*****                        16:***********
14:***                          14:*******                      14:************
12:**                           12:********                     12:*********
10:****                         10:*****                        10:***
 8:****                          8:***                           8:
 6:******                        6:*                             6:
 4:****                          4:                              4:
 2:********                      2:                              2:
  +――-+――-+――-+――-+――-+         +――-+――-+――-+――-+――-+         +――-+――-+――-+――-+――-+
  0   10   20   30   40   50%     0   10   20   30   40   50%     0   10   20   30   40   50%

平均=14.552                     平均=14.906                     平均=14.887
ＳＤ=15.051                     ＳＤ=5.019                      ＳＤ=3.038
歪度=1.311                      歪度=0.456                      歪度=0.185
尖度=3.57                       尖度=3.151                      尖度=2.964
```

資料９　標本の大きさｎ＝１、９、25の各場合の出力例

間推定に不可欠な標準誤差の定義式である「標準誤差（SE）＝不偏標準偏差（ｕ）※／√標本の大きさ（ｎ）」の再確認にも有効である（※定義上は母標準偏差σだが、実際には未知の場合が多いので不偏標準偏差ｕを代入する）。なぜなら、資料９に例示したような標準誤差（標本平均のＳＤ）の定義式に対応する数値の変化（ｎが１の場合は約15、９の場合は15／√９の約５、25の場合は15／√25の約３）を自ら確認することが「印象的な納得の根拠」となるからである。続けてｎ＝49、64などの場合について今度は標本平均の標準偏差の値を事前に予想させた上で試行させれば、学習者の印象と記憶は一層明確となることが期待できる。

３　歪度と尖度（平均のまわりの第３・４次の積率）について

本節では、前節のscriptで用いた歪度と尖度及び標準偏差について、その定義並びに計算過程を再確認する。なぜなら、広く用いられている表計算ソフトでは本来の定義（平均のまわりの第３・４次の積率）とは異なる計算式が用いられており、その「分析ツール」を用いた場合、資料10に示した値が示されるため、混乱の回避が必要と考えるからである。

本来、歪度とは「平均値のまわりの３次の積率を標準偏差で基準化したもの」（渡部　p.282）であり、その計算式は「{(素点－平均）／標準偏差} の３乗の総和／件数」、また、その４次の場合が尖度及びその計算式である。

Excelの分析ツールによる基本統計量	
平均	14.91089109
標準誤差	1.500303534
中央値（メジアン）	9
最頻値（モード）	1
標準偏差	15.07786391
分散	227.3419802
尖度	0.463341057
歪度	1.236363894
範囲	49
最小	1
最大	50
合計	1506
標本数	101
信頼区間(95.0%)	2.976559403

資料10　Excelの分析ツールで求めた配列の基本統計量

他方、Excelにおけるそれらは資料11に示したとおりであり、青木（2005）によれば「Excelの歪度と尖度の定義式はSPSSにおける定義式と同じ」で、それは「母歪度、母尖度の推定値を与え」るものである（資料12　なおCalcも同様）。

本来の計算式に基づくscriptとその結果は資料13・14に示したとおりである。「まず配列の要素の総和/件数で平均を求め、次に要素と平均の差の二乗和から標本標準偏差（ＳＤ）を求め、さらに標準化した（＝ＳＤで割った）「要素と平均の差」の三・四乗和/件数で歪度・尖度を求める」という（平均のまわりの第２～４次の積率という）定義どおりの過程によって、本節第２段落と前節第３段落で言及した歪度と尖度の

分布の歪度は次の式で定義されます。

$$\frac{n}{(n-1)(n-2)}\sum\left(\frac{x_j-\bar{x}}{s}\right)^3$$

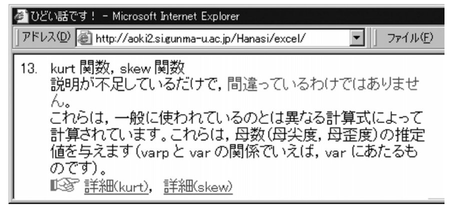
尖度は次のように定義されます。

$$\left\{\frac{n(n+1)}{(n-1)(n-2)(n-3)}\sum\left(\frac{x_j-\bar{x}}{s}\right)^4\right\}-\frac{3(n-1)^2}{(n-2)(n-3)}$$

資料11　Excel2003における歪度と尖度の定義（Microsoft 2010）

本来の値が得られている。

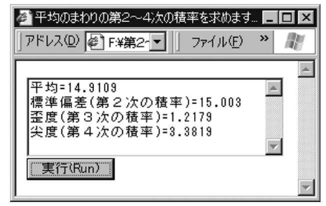
なお、標準偏差、つまり第２次の積率については、Excelに限らず、それが指し示す対象として標本標準偏差（分母をｎとした場合：記号は一般にＳＤ）と母標準偏差の不偏推定値（分母をｎ－１＝自由度とした場合：一般にｓやｕ）の両者が混在・並存しているのが現状である。今回のscriptで用いた101の数値からなる配列はそれ自体が母集団であるため、その標準偏差としては前者つまり「分母をｎとした場合」のそれが妥当であり、後者を用いている「分析ツール」の結果とは一致しない。



資料12　表計算ソフトの計算式に関する指摘（青木　2005）

```
<!-- saved from url=(0008)about:internet -->
<title>平均のまわりの第２～４次の積率を求めます。</title>
<form>
        <textarea rows="5" cols="32"></textarea><br>
        <input type="button" value="実行(Run)" onClick="行()">
</form>
<script>
function 行(){
        母=new Array(1,1,1,（資料８と同一のため省略）,50,50,50)
        総和=0; 二次=0; 歪度=0; 尖度=0; 桁=10000
        for(i=0; i<101; i++){総和=総和+母[i]}; 平均=総和/101
        for(i=0; i<101; i++){差=母[i]-平均; 二次=二次+差*差}; SD=Math.sqrt(二次/101)
        for(i=0; i<101; i++){差=(母[i]-平均)/SD; 歪度=歪度+差*差*差; 尖度=尖度+差*差*差*差}
        平均=Math.round(桁*平均)/桁; SD=Math.round(桁*SD)/桁
        歪度=Math.round(桁*歪度/101)/桁; 尖度=Math.round(桁*尖度/101)/桁
        結果="平均="+平均+"¥n 標準偏差(第２次の積率)="+SD+"¥n 歪度(第３次の積率)="
        document.forms[0].elements[0].value=結果+歪度+"¥n 尖度(第４次の積率)="+尖度
}</script>
```

資料13　定義どおりの計算式で第２～４次の積率を求めるscriptの１例



資料14　資料13のscriptの実行結果

４　母平均（μ）の信頼区間推定用scriptの作成

２節のscriptで確認できる中心極限定理並びに「SE=ｕ/√ｎ」を用いれば、母平均の95%信頼区間は「標本平均（ｍ）±1.96×標準誤差（ＳＥ）」で求められる（大標本法）。しかし、資料９に例示したように、標本平均の分布がより正規的となるのは標本の大きさｎが一定数以上の場合であり、ｎが小さい場合の標本平均は正規分布よりもやや尖度の小さい分布となる。ステューデントのｔ分布として知られるこの分布の活用により、十分大きいとはいえない標本の平均からも母平均の「能率のよい推定や検定ができる」（西平　1979　p.180）ことは、「統計学史上、重要な発見」（同上）である。

また、今回参照した統計書中、山内（1998）、石井（2005）ではｔ分布に基づく推定（小標本法）が、西平（1979　pp.145-147）、広田（2005　pp.158-159）では正規分布に基づく推定（大標本法）が紹介されている。そこで、本資料では両方法について95%、90%、99%の各信頼区間を算出する

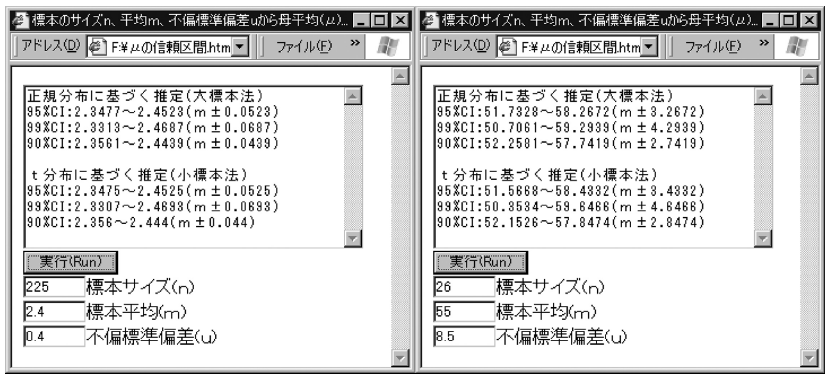
```
<!-- saved from url=(0008)about:internet -->
<title>標本のサイズｎ、平均ｍ、不偏標準偏差ｕから母平均(μ)を区間推定します。</title>
<form>
	<textarea rows="10" cols="40"></textarea><br>
	<input type="button" value="実行(Run)" onClick="行()"><br>
	<input type="text" size="8" value="225">標本サイズ(ｎ)<br>
	<input type="text" size="8" value="2.4">標本平均(ｍ)<br>
	<input type="text" size="8" value="0.4">不偏標準偏差(ｕ)
</form>
<script>
function 行(){
	ｎ=eval(document.forms[0].elements[2].value)
	ｍ=eval(document.forms[0].elements[3].value)
	ｕ=eval(document.forms[0].elements[4].value)
	桁=10000; SE=ｕ/Math.sqrt(ｎ); df=ｎ-1; 幅="(ｍ±"
	p=new Array(95,99,90); z=new Array(1.95996,2.57583,1.64485)
	果="正規分布に基づく推定(大標本法)¥n"
	for(i=0; i<3; i++){
		果=果+p[i]+"%CI:"+Math.round(桁*(ｍ-z[i]*SE))/桁+"～"
		果=果+Math.round(桁*(ｍ+z[i]*SE))/桁+幅+Math.round(桁*z[i]*SE)/桁+")¥n"
	}
	果=果+"¥nｔ分布に基づく推定(小標本法)¥n"
	for(i=0; i<3; i++){
		果=果+p[i]+"%CI:"+Math.round(桁*(ｍ-ｔ(df,i)*SE))/桁+"～"
		果=果+Math.round(桁*(ｍ+ｔ(df,i)*SE))/桁+幅+Math.round(桁*ｔ(df,i)*SE)/桁+")¥n"
	}
	document.forms[0].elements[0].value=果
}
function ｔ(df,i){
	x=z[i]; x2=x*x; d2=df*df; d3=df*df*df
	t=x*(1+(x2+1)/df/4+((5*x2+16)*x2+3)/96/d2+(((3*x2+19)*x2+17)*x2-15)/384/d3)
	return t
}
</script>
```

資料15　母平均の区間推定用scriptの１例

scriptを作成した。

作成されたscriptは資料15に、また広田の例題（pp.158-159）と山内の例題（pp.118-120）を処理した結果は資料16に示したとおりである。なお、ｔの基準値の計算式については「山内の近似式」（佐藤）を参照した。

広田で90％の信頼区間の大標本法による解答として示されている2.36≦μ≦2.44、並びに山内で95％と99％の信頼区間の小標本法による解答として示されている51.566≦μ≦58.434と50.354≦μ≦59.646は、資料16の該当する方法の結果（ＣＩ＝信頼区間：Confidence Interval）と丸めの誤差の範囲で一致している。他方、ｎが26の山内の例について敢えて行った大標本法の結果を小標本法のそれらと比較すると、小数第１位から若干の差が認められる。



資料16　広田（2005）と山内（1998）の例題を用いた２方法による母平均の区間推定の結果

これらの例が示すように、ｎが大きい場合はいずれの方法によっても実質的には殆ど同一の結果が得られるものの、ｎが数十程度と比較的小さく、小標本法と大標本法の結果が異なる場合には、前者つまり小標本法の結果が用いられるべきである。

５　母比（π）の信頼区間推定用scriptの作成

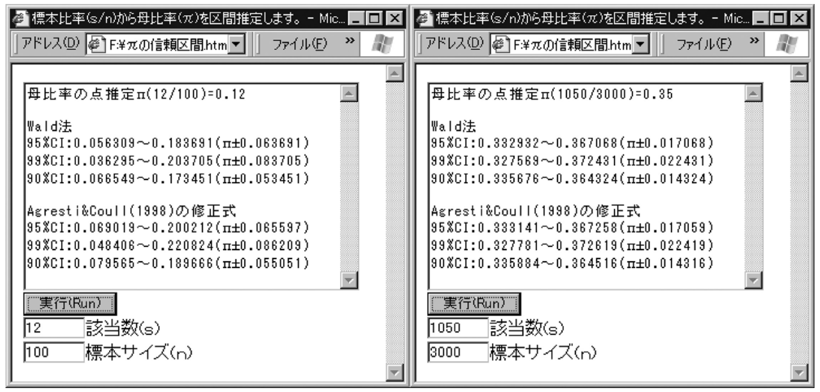
比率の標本分布の標準偏差、つまり標準誤差（ＳＥ）は、標本の大きさをｎ、比率をｐ、１－ｐをｑとするとき、ＳＥ＝√（ｐ×ｑ／ｎ）で得られる（南風原　2002　p.100）。従って、母比（π）の信頼区間は二項分布の正規近似によりｐ±Ｚ√（ｐ×ｑ／ｎ）で求められる（Wald法）が、「ケース数（ｎ）が小さいときには用いないほうがよ」く、「AgrestiとCoullが提唱した修正法はかなり良い信頼区間を与える」ことが指摘されている（青木　2004）。そこで、本資料ではWaldとAgrestiらの両方法について95％、90％、99％の各信頼区間を算出するscriptを作成した。

作成されたscriptは資料17に、また盧らの例題（pp.124-126）と広田の例題（pp.160-161）を処理した結果は資料18に示したとおりである。

盧らでExcelを用いて95％の信頼区間の解答として示されている0.0563≦π≦0.1837、並びに広

```
<!-- saved from url=(0008)about:internet -->
<title>標本比率(ｓ/ｎ)から母比率(π)を区間推定します。</title>
<form>
	<textarea rows="13" cols="40"></textarea><br>
	<input type="button" value="実行(Run)" onClick="行()"><br>
	<input type="text" size="8" value="12">該当数(ｓ)<br>
	<input type="text" size="8" value="100">標本サイズ(ｎ)
</form>
<script>
function 行(){
	ｓ=eval(document.forms[0].elements[2].value)
	ｎ=eval(document.forms[0].elements[3].value)
	比=ｓ/ｎ; na=2+ｓ; Na=4+ｎ; 比a=na/Na; 桁=1000000; 幅="(π±"
	SE=Math.sqrt((比*(1-比))/ｎ); SEa=Math.sqrt((比a*(1-比a))/(4+ｎ))
	p=new Array(95,99,90); z=new Array(1.95996,2.57583,1.64485)
	果="母比率の点推定π("+ｓ+"/"+ｎ+")="+Math.round(桁*比)/桁+"¥n¥nWald法¥n"
	for(i=0; i<3; i++){
		果=果+p[i]+"%CI:"+Math.round(桁*(比-z[i]*SE))/桁+"～"
		果=果+Math.round(桁*(比+z[i]*SE))/桁+幅+Math.round(桁*z[i]*SE)/桁+")¥n"
	}
	果=果+"¥nAgresti&Coull(1998)の修正式¥n"
	for(i=0; i<3; i++){
		果=果+p[i]+"%CI:"+Math.round(桁*(比a-z[i]*SEa))/桁+"～"
		果=果+Math.round(桁*(比a+z[i]*SEa))/桁+幅+Math.round(桁*z[i]*SEa)/桁+")¥n"
	}
	document.forms[0].elements[0].value=果
}
</script>
```

資料17　母比の区間推定用scriptの１例



資料18　盧（2007）と広田（2005）の例題を用いた２方法による母比の区間推定の結果

田で正規近似によって求められている同33.3%～36.7%は、共に資料18のWald法の結果と丸めの誤差の範囲で一致している。

標本サイズが3000と大きい広田の例題の数値を用いた結果では、Wald法とAgrestiらの修正式の結果は丸めの誤差の範囲で一致している。他方、標本サイズが100の盧らの例題の数値を用いた結果では、各信頼限界（信頼区間の両端）について両方法間に１～２ポイントの差が認められる。そこで、両方法の精度の確認を目的として、確率0.12、試行回数100の二項分布の該当回数ごとの確率密度と累積確率を求めた結果は資料19に示したとおりである（左：Excel 2003　右：Calc 3.2.0)。

下方累積確率は該当５回まで2.5%未満(1.5%)、該当18回まで97.5%未満（97.2%）であり、６～18%（網掛け部分）の範囲の確率は95.7%（97.2－1.5）である。従って、この範囲（95.7%信頼区間）をわずかに狭めた範囲が正確な95%信頼区間となる。この結果と比較すると、Wald法の値（６～18%）の方がAgrestiらの方法による値（７～20%）よりむしろ正確である。青木(2004)の資料で示されている例はｎが５、10、20と非常に小さい場合

	A	B	C		A	B	C
1	該当	確率密度	累積確率	1	該当	確率密度	累積確率
2	0	2.81E-06	2.81E-06	2	0	0.00000	0.00000
3	1	3.83E-05	4.11E-05	3	1	0.00004	0.00004
4	2	0.000258	0.000299	4	2	0.00026	0.00030
5	3	0.001151	0.00145	5	3	0.00115	0.00145
6	4	0.003806	0.005257	6	4	0.00381	0.00526
7	5	0.009965	0.015222	7	5	0.00997	0.01522
8	6	0.021516	0.036737	8	6	0.02152	0.03674
9	7	0.039399	0.076136	9	7	0.03940	0.07614
10	8	0.062456	0.138592	10	8	0.06246	0.13859
11	9	0.08706	0.225652	11	9	0.08706	0.22565
12	10	0.108033	0.333685	12	10	0.10803	0.33369
13	11	0.120533	0.454218	13	11	0.12053	0.45422
14	12	0.121903	0.576121	14	12	0.12190	0.57612
15	13	0.112526	0.688647	15	13	0.11253	0.68865
16	14	0.095355	0.784001	16	14	0.09535	0.78400
17	15	0.07455	0.858551	17	15	0.07455	0.85855
18	16	0.054006	0.912557	18	16	0.05401	0.91256
19	17	0.036389	0.948947	19	17	0.03639	0.94895
20	18	0.022881	0.971828	20	18	0.02288	0.97183
21	19	0.013466	0.985294	21	19	0.01347	0.98529
22	20	0.007437	0.992731	22	20	0.00744	0.99273
23	21	0.003863	0.996594	23	21	0.00386	0.99659
24	22	0.001892	0.998486	24	22	0.00189	0.99849
25	23	0.000875	0.99936	25	23	0.00087	0.99936
26	24	0.000383	0.999743	26	24	0.00038	0.99974
27	25	0.000159	0.999902	27	25	0.00016	0.99990
28	26	6.24E-05	0.999964	28	26	0.00006	0.99996
29	27	2.33E-05	0.999988	29	27	0.00002	0.99999
30	28	8.29E-06	0.999996	30	28	0.00001	1.00000

資料19　ｐ=0.12、試行回数=100の二項分布における確率密度と累積確率（該当29～100は省略）

であり、通常の調査の殆どがそうであるような数十≦ｎの場合にはより一般的なWald法の結果を用いれば十分であろう。

６　母相関（ρ）の信頼区間推定用scriptの作成

相関係数の標本分布には歪度があるため、母相関の信頼区間推定には、まず次式（フィッシャーのＺ変換　山内　1998　p.211）によるｒの正規化が必要である。

$Z_r=0.5\times\log_e(1+r)-0.5\times\log_e(1-r)$

次に、ｎを標本の大きさとするときZ_rの標準誤差がＳＥ＝$1/\sqrt{(n-3)}$であることを用いてZ_rの信頼区間を求め、最後に次式によるＺ変換の逆変換（双曲線正接変換　南風原　2002　pp. 152-154）によってZ_rの信頼限界を相関係数に戻す。

ｒ＝ｅの（2×Ｚ－１）乗／ｅの（2×Ｚ＋１）乗（ただしｅは自然対数の底）

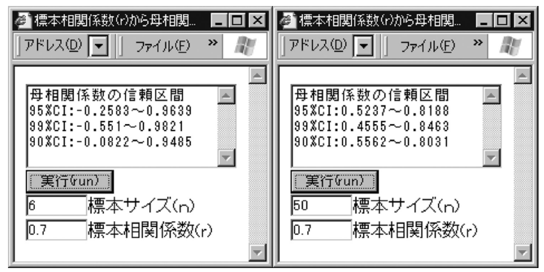
この手順に基づいて作成した母相関の95%、90%、99%の各信頼区間を算出するscriptは資料20に、また山内(1998)の示したｒ＝.70におけるｎ＝６の場合と50の場合の対比(pp.211-212)の実行結果は資料21に示したとおりである。

資料21左側のｎ＝６の場合、各確率(95、99、90%)＝信頼度の信頼区間の幅は全て1.0以上と広く、かつその下限は負の値であり、信頼区間内に０が含まれる。従って、標本相関係数が0.7であっても帰無仮説H_0：ρ＝０は棄却できない。対照的に、右側のｎ=50の場合、各確率の信頼区間の下限は0.46～0.56、上限は0.80～0.85であり、母相関ρの範囲のより特定的な推定(.5～.8程度)が達成されている。また、信頼区間内に０は含まれず、従ってH_0：ρ＝０は棄却できる。

例えば95%の母相関信頼区間が０を含むことはρ＝0の可能性がその確率(95%)存在することを意味し、従ってその標本相関係数は危険率５%では有意

```
<!-- saved from url=(0008)about:internet -->
<title>標本相関係数(ｒ)から母相関係数(ρ)を区間推定します。</title>
<form>
        <textarea rows="5" cols="24"></textarea><br>
        <input type="button" value="実行(run)" onClick="行()"><br>
        <input type="text" size="8" value="20">標本サイズ(ｎ)<br>
        <input type="text" size="8" value="0.6">標本相関係数(ｒ)
</form>
<script>
function 行(){
        ｎ=eval(document.forms[0].elements[2].value)
        ｒ=eval(document.forms[0].elements[3].value)
        p=new Array(95,99,90); z=new Array(1.95996,2.57583,1.64485)
        zu=new Array(0,0,0); zl=new Array(0,0,0)
        ru=new Array(0,0,0); rl=new Array(0,0,0)
        zr=0.5*Math.log((1+ｒ)/(1-ｒ)); se=Math.sqrt(ｎ-3)
        果="母相関係数の信頼区間¥n"; 桁=10000
        for(i=0; i<3; i++){
                zu[i]=zr+z[i]/se; zl[i]=zr-z[i]/se
                ru[i]=(Math.exp(2*zu[i])-1)/(Math.exp(2*zu[i])+1)
                rl[i]=(Math.exp(2*zl[i])-1)/(Math.exp(2*zl[i])+1)
                果=果+p[i]+"%CI:"+Math.round(桁*rl[i])/桁+"～"
                果=果+Math.round(桁*ru[i])/桁+"¥n"
        }
        document.forms[0].elements[0].value=果
}
</script>
```

資料20　母相関の区間推定用scriptの１例



資料21　山内（1998）の提示した例題（ｒ=.70　ｎ=6とｎ=50）の実行結果

といえない。母相関の区間推定と標本相関係数の有意性の検定との間に存在するこの関連性は、本資料の中心的内容である“推定”と「圧倒的に利用されて」（吉田　1998　p.151）いる“検定”（Ⅰの３で指摘）という同じコイン（＝統計的推計）の２面を結びつけ、その体系的な理解の達成を支援するために好適な題材の１つであろう。なお、「その信頼区間（ＣＩ）が１を挟まなければ、統計的に有意」（厚生労働省　1996）という特徴を有するオッズ比も同様の題材として好適だが、「医学系の統計や疫学の教科書には解説されてい」（市川　1999　p.99）るものの、「人文・社会科学系の統計の教科書ではあまり取り上げられてい」（同）ないという状況は、ロジスティック回帰分析における個別変数の効果の指標としての利用を除けば、近年においても同様のようである。

Ⅳ　考察

１　「中心極限定理」実習用script作成の意義と価値

本資料では、推定の基本原理である「中心極限定理」と正規分布の諸特徴（ベル型分布、歪度０、尖度３など）に関する印象的な納得の達成が期待できるscript（資料８）をまず作成した。このscriptの長所としては、操作の簡便性、汎用性、内容の可読性などが指摘できる。

まず操作の簡便性については、学習者が行う操作はボタンのクリックと入力欄への数値入力のみであり、ブラウザ（web browser）に親しんでいる近年の学生などには何の抵抗もない。例えば広田（2005）ではExcelを用いたシミュレーション（大数の法則：pp.124-127、中心極限定理：p.157）が紹介されているが、「平均的な高校生〜大学新入生に期待できるExcelなどの表計算ソフトの操作は『データの入力・編集』と『変数間の四則演算』・『印刷』程度まで」（加藤　2009　p.296）であり、関数並びにグラフ機能を利用したシミュレーションは近年の学生などには必ずしも容易ではないことが危惧される。従って、この簡便性は確実な教育・指導の実現が期待できる長所として肯定・支持すべきである。

次に汎用性については、「JavaScriptは、情報通信システムの分野における国際標準化団体であるEcma Internationalの規格」（加藤　2009　p.307）であり、「対応ブラウザが存在する限り、Windows, Mac OS X, LinuxなどをＯＳとするパソコンに加え、ＰＤＡ・携帯電話などを含む広範な機器上で、場面を選ばず長期間にわたり安定的に利用可能」（同）なことを指摘すれば十分であろう。

また内容の可読性は、例えば「for(i=1; i<= t ; i++)：ｉを１ずつ増やしながらｔまでの間」、「二乗和=二乗和+値*値：値の２乗を二乗和に加算」、「歪度=μ3/(SD*SD*SD)：μ３をSDの３乗で割った値を歪度に代入」などのようにかなり高く、簡潔かつ適切な解説が伴うなら、多くの学生などにおいてその過程の概略を辿りうることが期待できる。

従って、このscriptは、操作に困難を感じることなく（つまり非本質的な失敗を体験することなく）、身近で安価な機器などを活用しつつ、処理の内容を一定程度把握しながら（つまりブラックボックス的ではない状態で）より多くの学習者がシミュレーションを実行し、その体験を通して印象的な理解・納得を達成することを可能とするものであり、その作成と提示には一定の意義と価値が認められる。

２　歪度と尖度（平均のまわりの第３・４次の積率）などの算出用scriptについて

続いて、本資料では、標記の２統計量と標本標準偏差を、その本来の定義どおりに算出するscriptの作成・提示、及び広く用いられている表計算ソフトで使用されている定義と計算式による結果との対比が行われた。

Ⅲの１でもそのいくつかに触れたように、近年の統計書の多くでは表計算ソフトや統計ソフトの使用が前提となっている場合が多いが、言うまでもなく出力（計算結果）はその過程（定義と計算式）に依存する。表計算ソフトや統計ソフトの多様な機能を（ブラックボックス的にではなく）適切に活用し、処理結果を正しく解釈・利用するためには、統計量などの定義・意味とそれに到る過程に関する一定の知識・理解が必要であることについて「当然だが見過ごされがちな再確認」を行ったという点で、これらの内容には一定の意義と価値が認められるものと考える。

３　母平均（μ）、母比（π）、母相関（ρ）の各信頼区間推定用scriptについて

最後に、本資料では、標記の各信頼区間を推定するscriptの作成・提示を行った。併せて、母平均については既存の統計書に含まれる小標本法と大標本法の２方法の対比、母比についてはWald法とAgrestiらの方法の対比を行い、また母相関についてはその区間推定が推定と検定とを結びつけた体系的理解の達成支援に有効である可能性を指摘した。

資料１・２と資料４・６、及び資料７に例示したように、通常の統計調査で示される結果の多くは、割合（%）、平均値などの単変数の指標である。しかし、より分析的な調査においては、２つの量的変数間の直線的関連の指標である相関係数を用いる場合なども存在する。

今回作成した３つの推定用scriptは、以上の３指標の全てについてその母数の区間推定を可能とするものであり、かつその推定は、母比については標本サイズと該当数、母相関については標本サイズと標本相関係数、母平均についても標本サイズ、標本平均と不偏標準偏差（標本標準偏差から算出可能）によって、つまり標準偏差以外は「通常の調査であればその結果発表に必ず含まれる値」のみを用いて可能である。従って、これらのscriptは、自らが実施する調査の結果発表をより適切に行うという目的に加え、他者の実施した調査結果についてその信頼区間を推定するためにも使用可能であり、特に後者は「調査リテラシー」の向上、つまり「統計の賢い利用者」となるために有益と考える（例えば、資料６の結果：標本サイズ＝1032、賛成計21%から計算して該当＝217なら「賛成側」の母比の95%信頼区間は18.5〜23.5）。

これらのscript及びその改訂版の活用が調査結果のより適切な発表と利用、並びに統計教育の充実の一助となることを期待して、本資料の結びとする。

文献

Gallup, Inc　2010　U.S. Support for Nuclear Power Climbs to New High of 62%
http://www.gallup.com/poll/126827/Support-Nuclear-Power-Climbs-New-High.aspx

Microsoft Corporation　2010
SKEW　http://office.microsoft.com/ja-jp/excel-help/HP005209261.aspx?CTT=3
KURT　http://office.microsoft.com/ja-jp/excel-help/HP005209150.aspx?CTT=1

青木繁伸　2004　母比率の信頼区間
http://aoki2.si.gunma-u.ac.jp/lecture/Hiritu/bohiritu-conf.html
比率の信頼区間推定法
http://aoki2.si.gunma-u.ac.jp/lecture/Hiritu/bohiritu-conf.pdf

青木繁伸　2005　ひどい話です！　http://aoki2.si.gunma-u.ac.jp/Hanasi/excel/

朝日新聞　2010a　重要な隣国だけど「信頼関係なし」３割　日中世論調査
http://www.asahi.com/special/08003/TKY201008140292.html

朝日新聞　2010b　世論調査―質問と回答〈７月３、４日実施〉
http://www.asahi.com/politics/update/0704/TKY201007040328_03.html

石井秀宗　2005　統計分析のここが知りたい　文光堂

市川雅教　1999　Question 49　pp. 99-100　繁桝・柳井・森編　Ｑ＆Ａで知る統計データ解析　サイエンス社

岩原信九郎　1965　教育と心理のための推計学（新訂版）　日本文化科学社

加藤　厚　2009　大学新入生の数値資料処理技能の現状を踏まえた集計・図示支援用scriptの原型作成の試み　宮崎公立大学人文学部紀要（第16巻）　pp. 293-308　宮崎公立大学
http://hp.vector.co.jp/authors/VA021211/2009script.doc

厚生労働省　1996　有効性・安全性に関する統計用語集

http://www1.mhlw.go.jp/houdou/1106/h0602-3_c_15.html

佐藤郁郎　ｂ）山内の近似式　超幾何関数を用いた確率分布の計算
http://www.geocities.jp/ikuro_kotaro/koramu/tyokika.htm

白畑知彦・冨田祐一・村野井仁・若林茂則　2009　改訂版　英語教育用語辞典　大修館書店

総務省統計局　2008　貯蓄の世帯分布　家計簿からみたファミリーライフ　第五章
１　貯蓄の世帯分布　http://www.stat.go.jp/data/kakei/family/4-5.htm

田久浩志・小島隆矢　2006　マンガでわかるナースの統計学　オーム社

内閣府　2009「原子力に関する特別世論調査」の概要
http://www8.cao.go.jp/survey/tokubetu/h21/h21-genshi.pdf

西平重喜　1979　統計調査法　増補版　培風館

日本経済新聞社　2010　英語を社内共通語にするのに「反対」73％
http://www.nikkei.com/news/research/article/g=96958A96889DE3E0E6E2E1E1EBE2E2E5E2EAE0E2E3E29990E0E2E2E2;j=db

日本世論調査協会　1982　日本世論調査協会倫理綱領
http://wwwsoc.nii.ac.jp/japor/code/code.htm

南風原朝和　2002　心理統計学の基礎　有斐閣

広田すみれ　2005　読む統計学 使う統計学　慶応義塾大学出版会

盧　志和・広田直子・石村貞夫　2007　よくわかる統計学　東京図書株式会社

山内光哉　1998　心理・教育のための統計法＜第２版＞　サイエンス社

吉田寿夫　1998　本当にわかりやすいすごく大切なことが書いてあるごく初歩の統計の本　北大路書房

渡部　洋　1984　標準誤差（推定の）　p. 213　芝・渡部・石塚編　統計用語辞典　新曜社
歪度　p. 282