公的年金制度と遺産相続税に関する経済分析

An Analysis of Pay-as-You-Go Social Security and Estate Taxation

久　保　和　華

本稿は、利他的な個人と非利他的な個人の存在する二期間生存OLGモデル、つまり２つのモデルの流れを連結したOLGモデルに賦課方式公的年金制度を導入したOLGモデルを構築して、次に相続税を導出したモデルを構築して、１人あたりの資本蓄積を導出するものである。

キーワード：OLGモデル、賦課方式公的年金制度、遺産、相続税、利他的個人、非利他的個人

目　次

１．はじめに

利他的個人は、取引行為の意思を明示した移転（非負の遺産）を行なう個人であり、非利他的個人は意図的に遺産を残す余裕が無い利己的な個人であり、遺産を残したとしても利他的個人の範囲外である（つまり、偶然の遺産である）とする。

本稿では、利他的な個人と非利他的な個人（利己的個人）の存在するOLGモデル、つまり２つのモデルの流れを連結したOLGモデルに賦課方式公的年金制度を導入したOLGモデルを構築して、さらに利他的個人にのみ相続税を許す場合のモデルに修正する。そしてこの２つのタイプの個人の混在する経済内での１人あたりの資本蓄積を導出する。

２．モデル

2.1　ベンチマーク

人口成長率 n で成長する人口を考える。それは、利他的個人の比率をp、非利他的個人の比率 $1-p$ から構成される。必要に応じて、利他的個人をA、非利他的個人をNと表す。それぞれの個人は、利他的であろうとなかろうと、２期間生存する。第１期目に個人は非弾力的労働を行なって賃金 w_tを得る。そして第２期目に引退をする。

本論文では、効用関数と生産関数をコブダグラス型に特定化する。

まず、非利他的個人（第ｔ世代）を考察する。第１期目に個人は非弾力的労働を行なって賃金 w_tを得て公的年金保険料 $\boldsymbol{\theta}_t$ を徴収される。その所得で第１期目の消費 c_tをおこない、残りを貯蓄 s_tする。そして第２期目に引退をして貯蓄から得られる収入 $s_t(1+r_{t+1})$ と公的年金給付額 $\boldsymbol{\pi}_t$ を第２期目の消費 d_tに使う。r_{t+1} はｔ＋１期の利子率である。ここでは完全予見を仮定している。

政府の予算制約は、毎期の総保険料徴収額と総保険給付額が等しくなるという制約、$\theta_t L_t = \pi_{t-1} L_{t-1}$ である。

個人の効用関数は、

$$u(c_t, d_{t+1}) = (1-a)\log c_t + a\log d_{t+1}$$

である。非利他的個人の最適化問題は以下の通りである。

$$\begin{aligned} &\underset{s_t}{Max}\, u(c_t, d_{t+1}) = (1-a)\log c_t + a\log d_{t+1} \\ &\quad w_t - \theta_t = c_t + s_t \\ &\quad d_{t+1} = (1+r_{t+1})s_t + \pi_t \\ &\quad \pi_t = (1+n)\theta_{t+1} \end{aligned}$$

その結果、

$$s_t^{\ *} = a(w_t - \theta_t) - \frac{(1-a)(1+n)\theta_{t+1}}{1+r_{t+1}},$$

$$c_t^{\ *} = (1-a)(w_t - \theta_t) + \frac{(1-a)(1+n)\theta_{t+1}}{1+r_{t+1}},$$

$$d_{t+1}^{\ \ *} = a(1+r_{t+1})(w_t - \theta_t) + a(1+n)\theta_{t+1}$$

と決定される。

次に、利他的個人（ｔ世代）について考察する。利他的個人は第１期目に親から受け取った遺産資産 x_tと稼得所得を、第１期目の消費と貯蓄に配分する。第２期には貯蓄収入を第２期の消費と一人当たり x_{t+1}の相続遺産を１＋ｎ人に配分する。利他的個人は無限期間の効用関数

$$v_t = (1-a)\log c_t + a\log d_{t+1} + bv_{t+1} = \sum_{\tau=t}^{\infty} b^{\tau-t}\left[(1-a)\log c_t + a\log d_{t+1} + bv_{t+1}\right]$$

によって特定される。$b<1$は利他主義と人口成長率を反映した割引因子である。利他的個人の最適問題は、

$$\begin{aligned} &\underset{s_t, x_t}{Max}\, v_t = (1-a)\log c_t + a\log d_{t+1} + bv_{t+1} = \sum_{\tau=t}^{\infty} b^{\tau-t}\left[(1-a)\log c_t + a\log d_{t+1} + bv_{t+1}\right] \\ &s.t.\ x_t + w_t - \theta_t = c_t + s_t \\ &\quad d_{t+1} + (1+n)x_{t+1} = (1+r_{t+1})s_t + (1+n)\theta_t \end{aligned}$$

である。ここでは、受け取る遺産 x_tの符号は何の制約も課さないものと仮定する。上記の資源制約をまとめると、

$$x_{t+1} = \frac{(1+r_{t+1})(x_t + w_t - c_t - \theta_t) - d_{t+1} + (1+n)\theta_{t+1}}{1+n}$$

となる。利他的個人は以下のラグランジェ関数に表現された問題を最大化する（Michel参照）。

$$\Lambda = (1-a)\log c_t + a\log d_{t+1} + \frac{b}{1+n}q_{t+1}\left[(1+r_{t+1})(x_t + w_t - \theta_t - c_t) + (1+n)\theta_{t+1} - d_{t+1}\right] - q_t x_t$$

ここで、q_tは x_tのシャドープライスである。最適化の条件は、

$$\frac{1-a}{c_t} = \frac{b}{1+n}q_{t+1}(1+r_{t+1})$$

$$\frac{a}{d_{t+1}} = \frac{b}{1+n}q_{t+1}$$

$$q_t = \frac{b}{1+n}q_{t+1}(1+r_{t+1})$$

となる。そして横断性条件は、

$$\lim_{t\to\infty} b^t q_t x_t = 0$$

である。

生産サイドの考察にうつる。各期に２種類の生産要素、資本 K_tと労働 L_tが用いられてコブダグラス型生産関数 $F(K_t, L_t) = AK_t^{\alpha}L_t^{1-\alpha}$ に従って１財が生産される。各期に労働者 L_tが存在し、それがｔ世代の人口であるので、

$$L_t = (1+n)L_{t-1}$$

である。

利潤最大化条件から、労働要素価格をw_t、資本要素価格をr_tとすると、

$$w_t = (1-\alpha)Ak_t^{\alpha},\ r_t = \alpha Ak_t^{\alpha-1} - \delta$$

を得る。ここで、資本労働比率は $k_t \equiv K_t / L_t$ であり、δ は減価償却率である。資本は毎期１期の終わり（期末）には完全に減価される $(\delta = 1)$ と仮定する。

資本蓄積方程式は

$$(1+n)k_{t+1} = (1-p)s_t^{*} + ps_t^{A}$$

となる。

2.2　相続税

ベンチマークに、相続税を追加して考察することにする。個人は、遺産を受け取るときに相続税を徴収されるものとする。また、両タイプの個人が、若年期に補助金を受け取るものとする。政府予算は、$g_t = p\tau_t x_t$ となる。ここで、g_t は両タイプの個人がうけとる１人あたりの補助金、τ_t は１単位の遺産に対する相続税である。

非利他的個人の最適化問題は以下の通りである。

$$\underset{s_t}{Max}\, u(c_t, d_{t+1}) = (1-a)\log c_t + a\log d_{t+1}$$
$$w_t - \theta_t + g_t = c_t + s_t$$
$$d_{t+1} = (1+r_{t+1})s_t + \pi_t$$
$$\pi_t = (1+n)\theta_{t+1}$$

その結果、

$$s_t^* = a(w_t - \theta_t + g_t) - \frac{(1-a)(1+n)\theta_{t+1}}{1+r_{t+1}},$$
$$c_t^* = (1-a)(w_t - \theta_t + g_t) + \frac{(1-a)(1+n)\theta_{t+1}}{1+r_{t+1}},$$
$$d_{t+1}^* = a(1+r_{t+1})(w_t - \theta_t + g_t) + a(1+n)\theta_{t+1}$$

と決定される。

利他的個人の最適問題は、

$$\underset{s_t, x_t}{Max}\, v_t = (1-a)\log c_t + a\log d_{t+1} + bv_{t+1} = \sum_{\tau=t}^{\infty} b^{\tau-t}\left[(1-a)\log c_t + a\log d_{t+1} + bv_{t+1}\right]$$
$$s.t.\ x_t(1-\tau_t) + w_t + g_t - \theta_t = c_t + s_t$$
$$d_{t+1} + (1+n)x_{t+1} = (1+r_{t+1})s_t + (1+n)\theta_{t+1}$$

である。上記の資源制約をまとめると、

$$x_{t+1} = \frac{(1+r_{t+1})(x_t(1-\tau) + w_t + g_t - \theta_t - c_t) + (1+n)\theta_{t+1} - d_{t+1}}{1+n}$$

となる。利他的個人は以下のラグランジェ関数に表現された問題を最大化する（Michel参照）。

$$\Lambda = (1-a)\log c_t + a\log d_{t+1}$$
$$+\frac{b}{1+n}q_{t+1}\left[(1+r_{t+1})(x_t(1-\tau) + w_t + g_t - \theta_t - c_t) + (1+n)\theta_{t+1} - d_{t+1}\right] - q_t x_t$$

ここで、q_t は x_t のシャドープライスである。最適化の条件は、

$$\frac{1-a}{c_t} = \frac{b}{1+n}q_{t+1}(1+r_{t+1})$$
$$\frac{a}{d_{t+1}} = \frac{b}{1+n}q_{t+1}$$
$$q_t = \frac{b}{1+n}q_{t+1}(1+r_{t+1})(1-\tau_t)$$

となる。そして横断性条件は、

$$\lim_{t\to\infty} b^t q_t x_t = 0$$

である。

非利他的個人の定常解は、以下の通りである。

$$s^* = a(w - \theta + g) - \frac{(1-a)(1+n)\theta}{1+r},$$
$$c^* = (1-a)(w - \theta + g) + \frac{(1-a)(1+n)\theta}{1+r},$$
$$d^* = a(1+r)(w - \theta + g) + a(1+n)\theta$$

利他的個人の定常解は、

$$s_A^* = \frac{1}{p}\left[(1+n)k - (1-p)\left\{a(w-\theta+g) - \frac{(1-a)(1+n)\theta}{1+r}\right\}\right]$$

であり、１人あたり資本蓄積は、

$$k = \left\{\frac{abA(1-\tau)}{1+n}\right\}^{\frac{1}{1-a}}$$

である。

３．結語

本稿では、久保（2007）を踏襲して相続税を課す経済へモデルを拡張し、１人あたりの資本蓄積を導出した。

参考文献

(1) Arrondel,L., A.Masson, and P.Pestieau1997, Bequests and Interitance: Empirical Issues and French-US comparison ,in *Is Inheritance Justified?*

(2) Diamond,P.A1965 ,National Debt in A Neoclassical Growth Model, *American Economic Review* 55:1126-50

(3) Michel,Ph.1990, Some Clarifications on the Transversality Condition *Econometrica* 58(3):705-23

(4) Michel,Ph.,and P.Pestieau 1998 , Fiscal Policy in a Growth Model with Both Altruistic and Nonaltruistic agents , *Southern Economic Journal* 64(3):682-97

(5) Ramsey,F.P 1928 ,A Mathematical Theory of Saving , *Economic Journal* 38(152):543-59

(6) Samuelson,P.A.1958, An Exact Consumption -Loan Model of Interest with or without the Social Contrivance of Money, *Journal of Political Economy* 66:467-82

(7) 久保和華 2007，研究ノート：遺産の存在する世代重複モデルによる分析への試論，『宮崎公立大学 人文学部紀要』15(1)：97-101